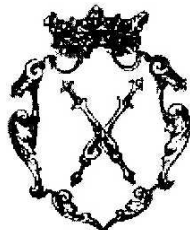


UNIwersytet Jagielloński
Instytut Fizyki



Symulacje komputerowe reakcji $pp \rightarrow pp\eta'$
w celu wyznaczenia szerokości naturalnej
mezonu η' z pomiarów wykonanych układem
detekcyjnym COSY-11

Eryk Czerwiński

Praca magisterska
wykonana w Zakładzie Fizyki Jądrowej
pod kierunkiem dr. hab. Pawła Moskala

Kraków 2006

Spis treści

1	Wstęp	1
2	Sztuka dla sztuki? – motywacja badań	3
3	Dawno, dawno temu... – wcześniejsze eksperymenty	7
3.1	Eksperyment na akceleratorze NIMROD	7
3.2	Eksperyment na akceleratorze SATURNE	8
4	Układ eksperymentalny	11
4.1	COSY	11
4.1.1	Monitorowanie rozkładu częstotliwości obiegu wiązki	13
4.1.2	Zależność między widmem częstotliwości obiegu a pędem wiązki	14
4.1.3	Dyspersja	15
4.2	COSY-11	15
5	Idealny(?) świat a rzeczywistość – idea pomiaru $\Gamma_{\eta'}$ za pomocą układu detekcyjnego COSY-11	17
5.1	Metoda pomiaru masy mezonu η'	18
5.2	Rozmycie pędowe wiązki i tarczy	19
5.2.1	Skąd bierze się obcięcie widma masy brakującej?	20
5.3	Rozmycie geometryczne wiązki i tarczy	21
5.4	Dokładność rekonstrukcji pędów protonów	22
5.4.1	Macierz kowariancji (jak ją obliczyć)	22
5.4.2	Macierz kowariancji a obszar reakcji	23
5.5	Zalety pomiaru w pobliżu progu na reakcję $pp \rightarrow pp\eta'$	24
5.6	Rozróżnienie wpływu czynników eksperymentalnych od wpływu $\Gamma_{\eta'}$ na widma pomiarowe	24
6	Perspektywy zwiększenia zdolności rozdzielczej	27
6.1	Tarcza	27

6.2	Wiązka	28
6.3	Komory dryfowe	28
7	Kryterium wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$	33
7.1	Idea minimalizacji	33
7.2	χ^2 oraz dokładność symulacji (niepewność statystyczna)	34
7.3	Podstawowe narzędzie – MINUIT	35
7.4	Oszacowanie dokładności wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ na COSY-11	35
7.4.1	Niepewność systematyczna	36
8	Plan eksperymentu	37
8.1	Zależność całkowitego przekroju czynnego od energii dostępnej w centrum masy	37
8.2	Stosunek sygnału do tła	38
8.3	Oszacowanie czasu pomiaru	39
9	Podsumowanie	41
A	Krótką charakterystyka mezonów pseudoskalarnych	43
B	Metoda masy brakującej	47
C	Obliczenie niepewności pomiaru masy brakującej na progu	49
D	Schemat programu do szybkich symulacji	53
	Podziękowania	55
	Bibliografia	57

Rozdział 1

Wstęp

Zagadnienia fizyki związane z mezonem η' zyskały ostatnio duże zainteresowanie w związku z badaniami planowanymi na akceleratorach COSY, DAΦNE-2 oraz MAMI-C, gdzie mezon η' będzie wytwarzany w reakcjach odpowiednio hadronu z hadronem, elektronu z pozytonem oraz kwantu γ z hadronem [1, 2]. Badanymi obserwablami będą między innymi szerokości cząstkowe mezonu η' na rozpady z udziałem mezonów π oraz leptonów. Precyzja wyznaczenia szerokości cząstkowych w przypadku gdy możliwy będzie tylko pomiar stosunku rozgałęzienia¹, będzie zdeterminowana dokładnością z jaką znana jest całkowita szerokość naturalna $\Gamma_{\eta'}$.

Dotychczas $\Gamma_{\eta'}$ została wyznaczona jedynie w dwóch bezpośrednich pomiarach ze względną precyzją 30% [4] oraz 50% [5]. Średnia wartość z tych pomiarów wynosi $0.30 \pm 0.09 \text{ MeV}/c^2$ i różni się znacząco od wartości $0.202 \pm 0.016 \text{ MeV}/c^2$ określonej pośrednio ze stosunków rozgałęzień oraz kombinacji szerokości cząstkowych otrzymanych z przekrojów czynnych [6]. Znacznie bardziej precyzyjny bezpośredni pomiar $\Gamma_{\eta'}$ rzuci nowe światło na tę rozbieżność.

Celem tej pracy jest określenie z jaką dokładnością można wyznaczyć szerokość naturalną $\Gamma_{\eta'}$ mezonu η' na podstawie reakcji $pp \rightarrow pp\eta'$ zmierzonej układem detekcyjnym COSY-11 oraz opracowanie planu przyszłego eksperymentu wraz z oszacowaniem czasu jego trwania, a także wskazanie w jaki sposób należy zmodyfikować aktualny układ pomiarowy, aby uzyskać znacząco lepszą dokładność (co najmniej o czynnik pięć) od obecnej.

Opracowanie opierać się będzie na informacjach uzyskanych z trzydniowego testowego pomiaru omawianej reakcji, który odbył się w październiku 2003 roku. Ponadto wykorzystane zostaną całkowite przekroje czynne na reakcję $pp \rightarrow pp\eta'$, które to zostały zmierzone w poprzednich latach przez grupę badawczą COSY-11 w oparciu o wyznaczenie masy brakującej produktów do reakcji $pp \rightarrow ppX$ [7, 8, 9].

¹Nazwa zalecana przez Komisję Nazewnictwa Fizycznego Polskiego Towarzystwa Fizycznego na angielski termin *branching ratio* [3].

Rozdział 2

Sztuka dla sztuki? – motywacja badań

W niniejszym rozdziale zostaną zaprezentowane doświadczalne oraz teoretyczne argumenty za dokładniejszym poznaniem mezonu η' , a w szczególności dokładniejszym zmierzeniem jego szerokości naturalnej.

Mezon	Właściwości			
	m [MeV/c ²]	Γ [MeV/c ²]	τ [s]	$c\tau$ [m]
π^\pm	139.5702 ± 0.0004	$(2.528 \pm 0.001) \times 10^{-14}$	$(2.603 \pm 0.001) \times 10^{-8}$	7.80
π^0	134.977 ± 0.001	$(0.8 \pm 0.1) \times 10^{-5}$	$(8.4 \pm 0.6) \times 10^{-17}$	2.51×10^{-8}
η	547.75 ± 0.12	$(1.29 \pm 0.07) \times 10^{-3}$	$(5.10 \pm 0.29) \times 10^{-19}$	1.53×10^{-10}
η'	957.78 ± 0.14	0.202 ± 0.016 dopasowanie 0.30 ± 0.09 średnia	$(3.26 \pm 0.29) \times 10^{-21}$ $(2.19 \pm 0.94) \times 10^{-21}$	9.77×10^{-13} 6.57×10^{-13}
K^\pm	493.68 ± 0.02	$(5.32 \pm 0.01) \times 10^{-14}$	$(1.238 \pm 0.002) \times 10^{-8}$	3.71
K_S^0	497.68 ± 0.02	$(7.35 \pm 0.01) \times 10^{-12}$	$(0.895 \pm 0.001) \times 10^{-10}$	2.68×10^{-2}
K_L^0	497.68 ± 0.02	$(1.27 \pm 0.01) \times 10^{-14}$	$(5.18 \pm 0.04) \times 10^{-8}$	15.51

Tabela 2.1: Podstawowe właściwości wybranych mezonów pseudoskalarnych [6]. Wartość $\Gamma_{\eta'}$ otrzymana z dopasowania pochodzi z kombinacji szerokości cząstkowych wyznaczonych z przekrojów czynnych i stosunków rozgałęzień przeprowadzonych przez Particle Data Group, natomiast wartość średnia to średnia ważona obu dotychczasowych bezpośrednich pomiarów $\Gamma_{\eta'}$. Bardziej szczegółowe informacje na temat mezonu η' zostały przedstawione w Dodatku A.

W Tabeli 2 podanych zostało kilka właściwości dziewięciu mezonów należących do podstawowego nonetu mezonów pseudoskalarnych. Szerokości naturalne Γ mezonów η oraz η' zostały wyznaczone eksperymentalnie, natomiast ich czasy życia τ określono z zależności:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} \quad (2.1)$$

Dla pozostałych mezonów wielkością mierzoną doświadczalnie był czas życia.

Zgodnie z modelem kwarkowym funkcja falowa mezonu η' jest superpozycją stanu singletowego oraz oktetowego układu kwark-antykwar, który można utworzyć z kwarków u , d i s . Obserwowane mezony η i η' stanowią mieszaninę stanów grupy symetrii

SU(3) (singletu i oktetu). W pierwszym przybliżeniu mieszanie to jest realizowane przez wprowadzenie jednego kąta mieszania θ (Dodatek A):

$$\eta = \eta_8 \cos \theta - \eta_1 \sin \theta \quad (2.2)$$

$$\eta' = \eta_8 \sin \theta + \eta_1 \cos \theta \quad (2.3)$$

gdzie η_8 oraz η_1 to funkcje falowe odpowiednio stanu oktetowego i singletowego. Istnieją również próby wprowadzenia dwóch kątów mieszania w równaniach (2.2) i (2.3). Zgodnie z [10] otrzymuje się wtedy:

$$\eta' = \eta_8 \cos \theta_8 - \eta_1 \sin \theta_1 \quad (2.4)$$

$$\eta = \eta_8 \sin \theta_8 + \eta_1 \cos \theta_1 \quad (2.5)$$

Aby móc zweryfikować to podejście należy jak najdokładniej wyznaczyć cząstkową szerokość naturalną mezonu η' ze względu na rozpad na dwa fotony [10, 11, 12, 13, 14, 15]. Zgodnie ze wzorem (2.1) szerokość naturalna jest związana z czasem życia cząstki, a co za tym idzie z prawdopodobieństwem rozpadu. Z kolei znajomość cząstkowych szerokości $\Gamma_{\eta' \rightarrow XY}$ na wszystkie kanały rozpadu ma znaczący wpływ na rozwój chiralnej teorii zaburzeń. Te same informacje są również ważne dla lepszego zrozumienia chromodynamiki kwantowej w obszarze nieperturbacyjnym. Jednakże eksperymentalna dokładność wyznaczenia cząstkowych szerokości dla różnych kanałów rozpadu mezonu η' zależy od dokładności wyznaczenia całkowitej szerokości naturalnej $\Gamma_{\eta'}$.

Patrząc na tabelę nr 2 i porównując masy poszczególnych mezonów można łatwo zauważyć, że mezon η' wyróżnia się zarówno pod względem masy jak i szerokości naturalnej. Dziwić to może zwłaszcza w odniesieniu do mezonu η , który zgodnie z równaniami (Dodatek A):

$$\eta = 0.77 \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) - 0.63s\bar{s} \quad (2.6)$$

$$\eta' = 0.63 \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) - 0.77s\bar{s} \quad (2.7)$$

posiadać powinien właściwie taki sam skład kwarkowy. Na podstawie wzoru (Dodatek A):

$$m_{q_1 \bar{q}_2} = m_{q_1} + m_{\bar{q}_2} + A \frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{m_{q_1} m_{\bar{q}_2}} \quad (2.8)$$

gdzie m_{q_i} są masami kwarków, A to stała, a \vec{S}_i to spin odpowiednich kwarków oraz po uwzględnieniu równań (2.6) i (2.7) masy mezonów η oraz η' powinny wynosić odpowiednio 559 i 509 MeV/c². Widać więc, że obliczona wartość masy mezonu η zgadza

się z wartością empiryczną, natomiast masa przewidywana dla mezonu η' jest prawie dwa razy mniejsza od obserwowanej (Tabela 2).

Jedną z prób pogodzenia teorii z eksperymentem jest wprowadzenie domieszki gluonów do składu mezonu η' [16]. Tak więc η' miałyby składać się nie tylko z trzech rodzajów kwarków, ale również w znacznej mierze z gluonów, czyli bozonów pośredniczących przenoszących ładunki kolorowe w oddziaływaniach silnych między kwarkami. Gluony posiadają własny kolor, dlatego potrafią oddziaływać między sobą, co mogłoby doprowadzić do powstania kuli gluonowej¹ – stanu związanego gluonów. Taki stan, który jest singletem zapachowym, mógłby stanowić znaczącą domieszkę do dominującej w mezonie η' singletowej składowej η_1 .

Być może (nie)naturalna szerokość η' bierze się po prostu z tego, że tak naprawdę obserwujemy dwie różne cząstki o bardzo zbliżonych masach i dotychczasowe eksperymenty z nienajlepszą dokładnością (Rozdział 3) wskazywały jeden pik w miejscu η' w widmie masy brakującej [4] lub funkcji wzbudzenia przekroju czynnego [5]. Jest to możliwe pomimo tego, że istnieją przewidywania, z których wynika, że szerokość kuli gluonowej jest duża [17].

¹Nazwa zalecana przez Komisję Nazewnictwa Fizycznego Polskiego Towarzystwa Fizycznego na angielski termin *glueball* [3].

Rozdział 3

Dawno, dawno temu... – wcześniejsze eksperymenty

Tak jak wspomniano już we wstępie, dotychczas przeprowadzono jedynie dwa bezpośrednie pomiary szerokości naturalnej mezonu η' [4, 5]. Opierały się one na dwóch różnych metodach. Otrzymane wyniki obarczone są stosunkowo dużymi niepewnościami i chociaż przekrywają się w ich zakresie, to jednak znacznie od siebie odbiegają. Dodatkowo wartość otrzymana w sposób pośredni ze stosunków rozgałęzień oraz kombinacji szerokości cząstkowych [6] różni się wyraźnie od wartości średniej z pomiarów bezpośrednich.

3.1 Eksperyment na akceleratorze NIMROD

Pierwszy pomiar $\Gamma_{\eta'}$ został wykonany w 1979 roku w Laboratorium Rutherforda w Wielkiej Brytanii [4]. Użyto wtedy metody masy brakującej do reakcji:



Pęd pionów wiązki określony został za pomocą spektrometru w skład którego wchodziły magnesy dipolowe oraz kwadropolowe, a także wielodrutowe komory proporcjonalne oraz komory dryfowe. Natomiast pęd neutronu otrzymano wykorzystując technikę czasu przelotu. W celu ograniczenia wpływu niepewności systematycznych oraz dla lepszej kontroli otrzymanych danych, cały pomiar był analizowany niezależnie dla trzech zakresów wartości pędu neutronu p^* w układzie środka masy:

- $p^* < 20 \text{ MeV}/c$,
- $p^* < 28 \text{ MeV}/c$,
- $20 < p^* < 40 \text{ MeV}/c$.

Dla uzyskanych przedziałów otrzymano zgodne wyniki, a jako wynik końcowy podano wartość dla $p^* < 20 \text{ MeV}/c$ ze względu na dominujący wpływ pędowej zdolności rozdzielczej na dokładność wyznaczenia masy brakującej, co wiązało się z najmniejszą niepewnością systematyczną. Otrzymane widmo masy brakującej z sygnałem pochodzącym od reakcji:

$$\pi^- + p \rightarrow n + \eta' \quad (3.2)$$

gdzie stosunek sygnału do tła wyniósł 1, zostało porównane z symulacjami Monte Carlo. Symulacje zawierały wszystkie znane efekty aparaturowe, takie jak: rozdzielczość spektrometru, dokładność określenia punktu reakcji w tarczy, rozdzielczość kątowna oraz rozdzielczość czasu przelotu. Ich sumaryczny przyczynek do rozmycia masy brakującej wyniósł $0.75 \text{ MeV}/c^2$ (szerokość połówkowa). Porównanie polegało na obliczeniu χ^2 między danymi z reakcji (3.1) a symulacjami z różnymi wartościami $\Gamma_{\eta'}$. Najlepsze dopasowanie uzyskano dla $\Gamma_{\eta'} = 0.28 \text{ MeV}/c^2$. Niepewność statystyczna wyniosła $0.09 \text{ MeV}/c^2$, a została ona wyznaczona poprzez określenie przedziału $\Delta\Gamma_{\eta'}$, w którym wartość χ^2 zwiększa się o $\Delta\chi^2 = 1$. Po uwzględnieniu niepewności systematycznych wynikających z wyznaczenia pędów pionów i neutronów oraz z kątowej zdolności rozdzielczej otrzymano ostateczny wynik:

$$\Gamma_{\eta'} = 0.28 \pm 0.10 \text{ MeV}/c^2 \quad (3.3)$$

3.2 Eksperyment na akceleratorze SATURNE

Drugi i ostatni jak dotąd bezpośredni pomiar szerokości naturalnej mezonu η' przeprowadzono w 1996 roku w Narodowym Laboratorium SATURNE we Francji [5]. Tym razem otrzymano dane z reakcji:

$$p + d \rightarrow {}^3\text{He} + X \quad (3.4)$$

Rekompensatą za niższy przekrój czynny niż na reakcję (3.1) (ze względu na niskie prawdopodobieństwo powstania ${}^3\text{He}$) była duża intensywność wiązki protonowej oraz dobra akceptancja spektrometru SPES4, a także ułatwienie wynikające z faktu, że do identyfikacji badanej reakcji wystarczyło rejestrować tylko cząstki naładowane. Szerokość naturalną $\Gamma_{\eta'}$ wyznaczono na podstawie kształtu progowej krzywej wzbudzenia przekroju czynnego (*threshold excitation curve*). Wspomniana krzywa to liczba zarejestrowanych ${}^3\text{He}$ w wąskim obszarze akceptancji spektrometru w funkcji pędu wiązki. Wykorzystany tu został fakt, że tuż nad progiem na produkcję mezonu η' jądra ${}^3\text{He}$ posiadają w układzie środka masy pęd bliski zeru, a co za tym idzie w układzie laboratoryjnym poruszają się w bardzo małym kącie w stosunku do wiązki. Akceptancja spektrometru została ustawiana w taki sposób, aby pokryć ten wąski obszar, tak aby

praktycznie wszystkie ${}^3\text{He}$ produkowane w reakcji:



zostały zarejestrowane. Identyfikacja cząstek opierała się na metodzie czasu przelotu między dwoma krzemowymi hodoskopami, natomiast rekonstrukcja torów ${}^3\text{He}$ była możliwa dzięki zastosowaniu wielodrutowych komór dryfowych. Szerokość naturalną $\Gamma_{\eta'}$ wyznaczono dopasowując teoretyczną krzywą wzbudzenia przy założeniu, że masa mezonu η' ma rozkład zgodny z funkcją Breita–Wignera. W dopasowaniu tym $\Gamma_{\eta'}$ była wolnym parametrem. Otrzymany wynik to:

$$\Gamma_{\eta'} = 0.40 \pm 0.22 \text{ MeV}/c^2 \quad (3.6)$$

Względnie duża niepewność pomiarowa spowodowana została małą statystyką, małym stosunkiem sygnału do tła (tylko $\approx 1/10$) oraz znacznymi niedokładnościami przy monitorowaniu świetlności przy różnych ustawieniach pędu wiązki.

Rozdział 4

Układ eksperymentalny

Cały układ eksperymentalny można podzielić na dwa zasadnicze elementy: synchrotron COSY [18] oraz układ detekcyjny COSY-11 [19]. Właściwości COSY pozwalają na akumulowanie wiązki z małym rozmyciem pędowym i geometrycznym oraz na bardzo dobrą kontrolę nad jej parametrami, natomiast układ COSY-11 pozwala na rejestrację cząstek z wysoką rozdzielczością pędową pozwalającą na pomiar reakcji w pobliżu progu kinematycznego. Poniżej zostaną przedstawione najważniejsze, z punktu widzenia omawianego zagadnienia, właściwości zarówno synchrotronu jak i układu detekcyjnego.

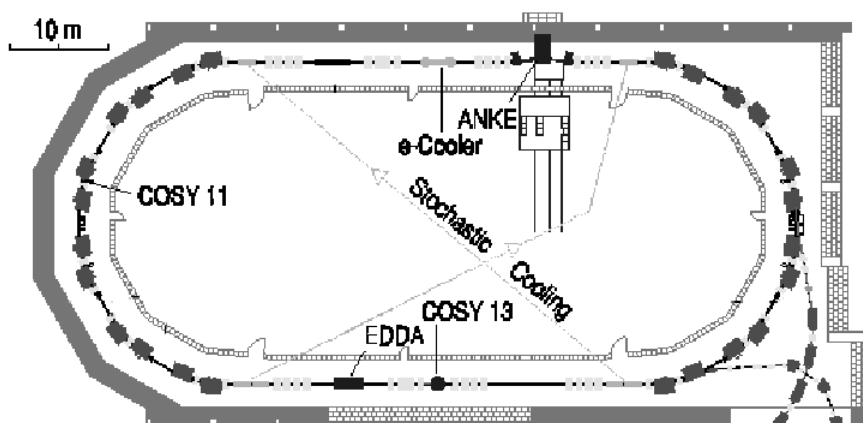
4.1 COSY

COSY (COler SYnchrotron) to synchrotron za pomocą którego można przyspieszać i akumulować wiązkę protonów lub deuteronów w zakresie pędu od 300 do 3700 MeV/c. Protony lub deuterony o żądanej energii mogą być wykorzystane zarówno w eksperymentach wewnętrznych jak i zewnętrznych. Wiązka składa się z cykliów o regulowanym czasie trwania. Rysunek 4.1 przedstawia schematyczny widok kompleksu akceleratorowego COSY. Zostały na nim również zaznaczone układy eksperymentalne. Układ detekcyjny COSY-11 znajduje się na lewym łuku głównego jonowodu.

Synchrotron COSY zbudowany jest z wnęki przyspieszającej oraz magnesów dipolowych, kwadrupolowych i sekstupolowych. Jego szczególną cechą jest możliwość *chłodzenia* wiązki, tzn. zmniejszenia jej rozmycia pędowego i geometrycznego. Chłodzenie realizowane jest za pomocą dwóch różnych metod:

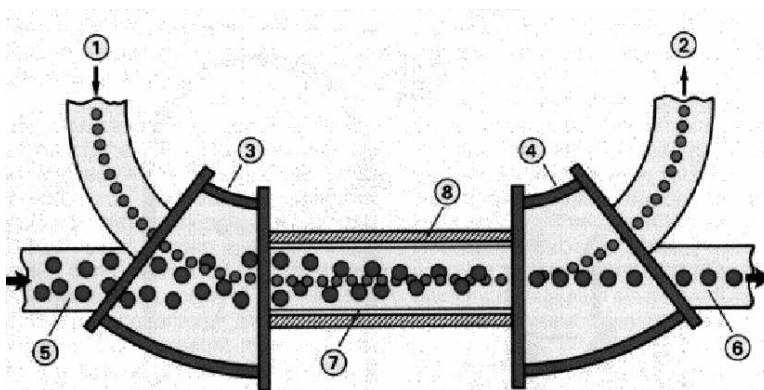
- chłodzenie elektronowe,
- chłodzenie stochastyczne.

Stąd właśnie wziął się pierwszy człon nazwy synchrotronu.



Rysunek 4.1: Schemat synchrotronu COSY [20] - Jednym z dwóch jonowodów *uciętych* w prawym dolnym rogu rysunku wstępnie przyspieszona wiązka jest wprowadzana do jonowodu COSY, natomiast drugim jest ona prowadzona do eksperymentów zewnętrznych. ANKE, COSY-11, COSY-13 oraz EDDA oznaczają nazwy eksperymentów wewnętrznych. Nazwy *e-Cooler* oraz *Stochastic Cooling* oznaczają miejsca w jonowodzie, gdzie zainstalowana jest aparatura służąca do *chłodzenia* wiązki.

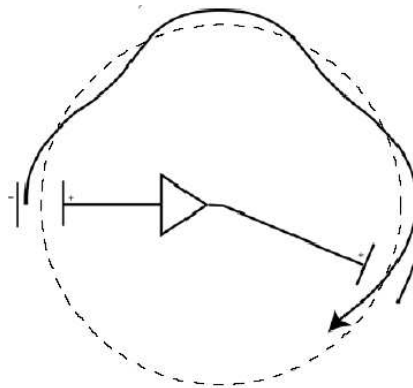
Idea chłodzenia elektronowego została przedstawiona na Rysunku 4.2. Polega ono na tym, że w pewnym odcinku jonowodu razem z protonami wiązki biegną również elektrony. Wiązka elektronów, o prędkości równej nominalnej prędkości wiązki COSY oraz o znacznie mniejszym rozmyciu pędowym niż wiązka protonów, powoduje, że protony wolniejsze od elektronów na skutek zderzeń z elektronami zostaną przyspieszone, natomiast szybsze zostaną wyhamowane. Obserwując całą sytuację w układzie związanym z elektronami, można zauważyć, że elektrony nie poruszają się



Rysunek 4.2: Idea chłodzenia elektronowego [20] (mniejsze jaśniejsze kółka reprezentują elektrony, a większe ciemniejsze - protony) 1. Wprowadzenie wiązki *chłodzącej* 2. Wyrowadzenie wiązki elektronów 3. i 4. Połączenie dwóch jonowodów (toroid) 5. *Nieschlodzona* wiązka protonów 6. *Schlodzona* wiązka protonów 7. Jonowód 8. Solenoid

względem siebie, natomiast protony poruszają się we wszystkich kierunkach przekazując pęd (również poprzeczny) elektronom. Ostatecznie po pewnym czasie przekażą im właściwie całą nadwyżkę energii. Z termicznego punktu widzenia ochłodzą się.

Obecnie chłodzenie elektronowe wykorzystane jest tylko dla małych pędów wiązki w celu poprawienia jej parametrów w trakcie wprowadzania do jonowodu. W przypadku, gdy wiązka przyspieszana jest do wartości pędu większej niż $1.5 \text{ GeV}/c$, wykorzystywane jest chłodzenie stochastyczne¹ [21], którego idea została przedstawiona na Rysunku 4.3.



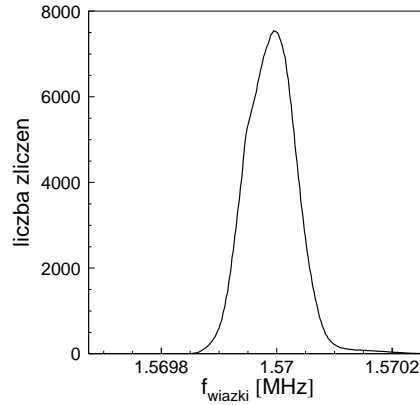
Rysunek 4.3: Prosty schemat chłodzenia stochastycznego - Linia przerywaną zaznaczony został środek jonowodu, a linią ciągłą zakończoną strzałką tor i kierunek obiegu wiązki [23]

Jest to metoda dwustopniowa. Najpierw w jednym miejscu mierzone jest odchylenie wiązki względem pozycji nominalnej, następnie informacja ta zostaje przekazana *na skróty* (w linii prostej, a nie wzdłuż jonowodu) do elektromagnetycznych układów korygujących, których zadaniem jest doprowadzenie wiązki dożądanego położenia oraz skorygowania odchyleń od pędu nominalnego. Przewody zostały poprowadzone po możliwie najkrótszej drodze z tego względu, że prędkość cząstek w jonowodzie jest bardzo bliska prędkości światła, a dodatkowo potrzebny jest czas na przejście sygnału przez układy elektroniczne. Przypadkowe mieszanie się cząstek względem siebie powoduje, że za każdym razem korygowana jest inna konfiguracja cząstek. Efektem tego jest nie tylko przesunięcie wiązki na wybraną orbitę, ale również zmniejszenie jej rozmiarów poprzecznych oraz rozmycia pędowego [22].

4.1.1 Monitorowanie rozkładu częstotliwości obiegu wiązki

Aby poznać rzeczywiste, a nie tylko zamierzone, widmo częstotliwości wiązki, jest ona cały czas monitorowana przy użyciu detektora Shottkiego. Idea pomiaru związana jest z tym, że protony wiązki poruszające się cyklicznie w jonowodzie, będą dawać periodyczny w czasie sygnał. Po przejściu z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwo-

¹W 1984 roku Simon van der Meer otrzymał Nagrodę Nobla za wynalezienie chłodzenia stochastycznego.



Rysunek 4.4: Widmo częstotliwości obiegu wiązki w synchrotronie COSY [20]

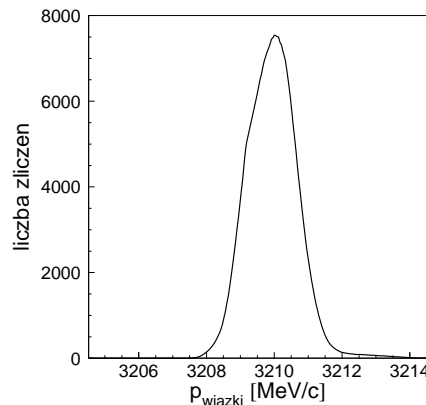
ści (transformata Fouriera) będzie można łatwo odróżnić harmoniczne pochodzące od protonów poruszających się z nominalną częstotliwością od cząstek poruszających się szybciej lub wolniej. Standardowo cykl pomiarowy trwa 10 minut, natomiast częstotliwość obiegu wiązki zapisywana jest co sekundę. Na Rysunku 4.4 przedstawione zostało widmo częstotliwości wiązki w synchrotronie COSY otrzymane podczas wspomnianego we wstępie pomiaru testowego, w którym badano reakcję $pp \rightarrow pp\eta'$ przy nominalnej wartości pędu wiązki 3210 MeV/c.

4.1.2 Zależność między widmem częstotliwości obiegu a pędem wiązki

Znając rozkład częstotliwości obiegu wiązki w jonowodzie, można przystąpić do obliczenia rozkładu pędu wiązki. Korzystając z zależności [24]:

$$\frac{\Delta f}{f} = \eta \frac{\Delta p}{p} \quad (4.1)$$

gdzie f i p to odpowiednio częstotliwość i pęd wiązki, a η to parametr, który zależy od rodzaju cząstek wiązki oraz od ustawień pól elektrycznych i magnetycznych w synchrotronie (*optyka wiązki*). Dla wiązki protonów o pędzie 3210 MeV/c w wykonanym pomiarze testowym wyniósł on 0.12 [25]. Równanie (4.1) pozwala obliczyć



Rysunek 4.5: Widmo pędu wiązki w synchrotronie COSY [20]

rozkład pędu wiązki przedstawiony na Rysunku 4.5 na podstawie widma przedstawionego na Rysunku 4.4.

4.1.3 Dyspersja

Kolejną, potrzebną do dalszych rozważań, wielkością jest dyspersja. Jest ona związana z faktem, że w danym polu magnetycznym zakrzywienie toru naładowanych cząstek zależy od ich pędu oraz ładunku.

Zjawisko dyspersji można próbować wytłumaczyć następująco: W trakcie obiegu w polu dipola pakiet wiązki ulega odchyleniu tylko w jedną stronę. Wynika z tego, że cząstki poruszające się po orbitach zewnętrznych, w stosunku do orbity nominalnej, poruszają się po dłuższej drodze, a z kolei na orbitach wewnętrznych - po krótszej. Pakiet porusza się jednak jako całość, tak więc wartość pędu cząstek na orbitach zewnętrznych jest większa, a na orbitach wewnętrznych mniejsza od nominalnej. Jeżeli w wybranym miejscu cząstka jest odległa o Δx od pozycji nominalnej x_0 i posiada pęd o Δp różny od nominalnego p_0 to:

$$\Delta x = D \cdot \frac{\Delta p}{p_0} \quad (4.2)$$

gdzie D to współczynnik dyspersji, który można obliczyć na podstawie wzoru:

$$D = \beta D_{mod} \quad (4.3)$$

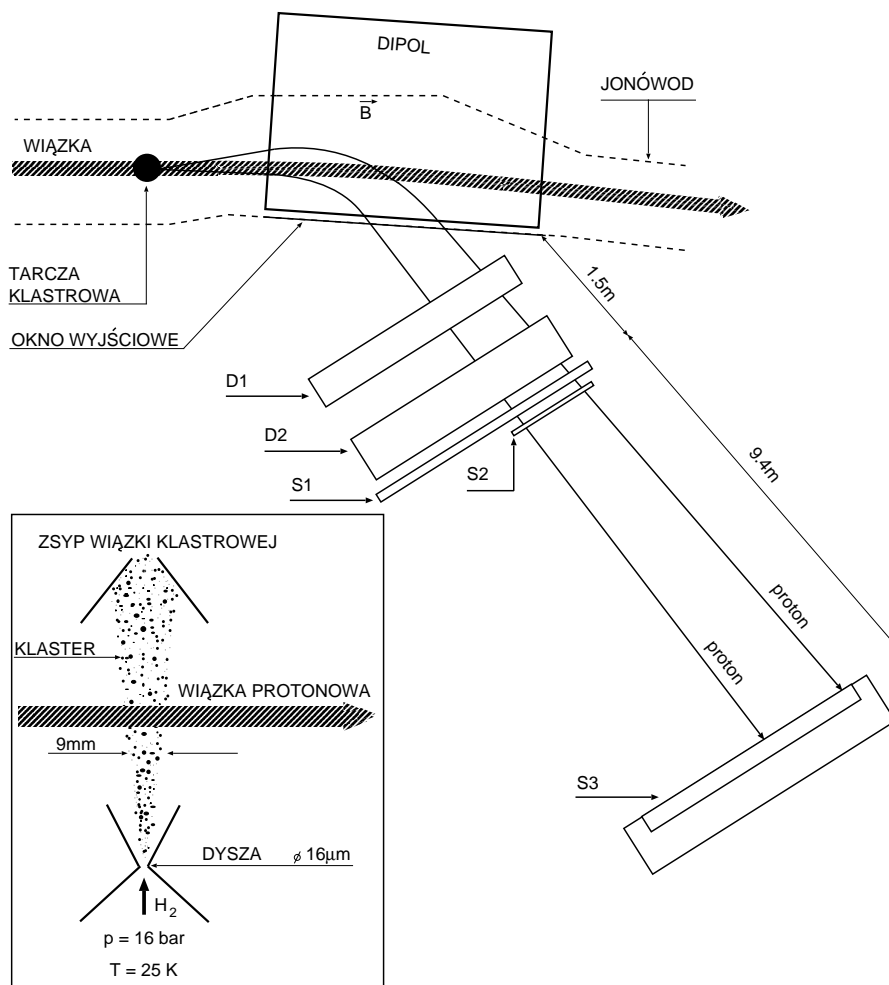
gdzie $D_{mod} = 14$ m [25, 26] jest parametrem zależnym od ustawień synchrotronu, a β to szybkość cząstek wiązki wyrażona w jednostkach prędkości światła. Dla protonów o pędzie $p_{wiązki} = 3210$ MeV/c otrzymujemy $\beta = 0.96$.

4.2 COSY-11

Grupa doświadczalna COSY-11² rozpoczęła działalność w 1995 roku przy synchrotronie COSY w Centrum Badawczym Jülich położonym między Kolonią i Akwizgranem. Głównym jej celem jest prowadzenie badań dotyczących mezonów pseudoskalarnych. Na Rysunku 4.6 przedstawiony został schemat układu detekcyjnego COSY-11.

²Jednemu z polskich członków grupy skrót COSY skojarzył się z polskim słowem *koza*. W ten właśnie sposób powstał pomysł na logo COSY-11.





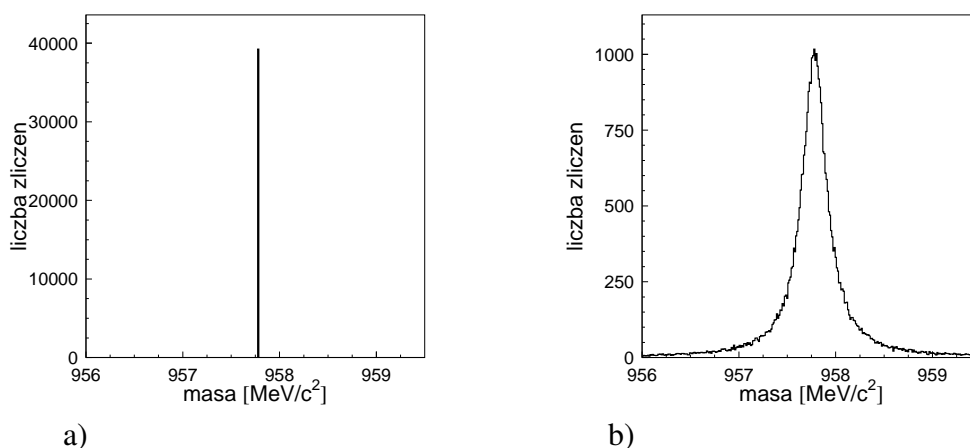
Rysunek 4.6: Układ detekcyjny COSY-11 oraz schemat tarczy klastrowej (Nazwy D1 oraz D2 oznaczają komory dryfowe, natomiast S1, S2, S3 - detektory scyntylacyjne.) [28]

Protonowa wiązka biegnąca w jonowodzie ulega zderzeniu z protonową tarczą klastrową [27] umieszczoną przed jednym z dipoli synchrotronu. Protony, które uległy zderzeniu, w wyniku którego powstał mezon η' , pochodzące zarówno z wiązki jak i tarczy, lecą dalej w jonowodzie. Ich prędkość jest jednak mniejsza niż prędkość wiązki, dlatego też w polu dipola zostają zakrzywione mocniej niż protony wiązki i wydostają się z komory próżniowej przez okno wyjściowe zasłonięte specjalną folią wykonaną głównie z włókien węglowych w celu ograniczenia liczby możliwych rozproszeń, a jednocześnie wytrzymałą [19]. Komory dryfowe D1 oraz D2 służą do zrekonstruowania torów wylatujących protonów, a w ostatecznym rezultacie wektorów pędów, natomiast detektory scyntylacyjne S1 i S3 (ewentualnie S2 i S3) umożliwiają zastosowanie metody czasu przelotu, co przy znanej odległości między tymi detektorami pozwala na wyznaczenie prędkości przelatujących cząstek. Znajomość pędu i prędkości pozwala na obliczenie masy cząstki, a więc jej identyfikację.

Rozdział 5

Idealny(?) świat a rzeczywistość – idea pomiaru $\Gamma_{\eta'}$ za pomocą układu detekcyjnego COSY-11

Zgodnie z mechaniką kwantową cząstki żyjące nieskończenie długo mają ściśle określoną masę. W idealnym(?) świecie, tzn. takim w którym cząstki nie ulegają rozpadowi, rozkład masy mezonu η' odpowiadałby nieskończenie wąskiemu pikowi (Rysunek 5.1a). Jego obserwowana szerokość wiązałaby się jedynie z niepewnością pomiarową. W rzeczywistości jednak mezon η' rozpada się po pewnym czasie, a rozkład jego masy przybliżyć można funkcją Breita-Wignera o zadanej szerokości $\Gamma_{\eta'}$ (Rysunek 5.1b). Obserwowany rozkład masy będzie poszerzony ze względu na niepewności pomiarowe. Dlatego, aby wyznaczenie $\Gamma_{\eta'}$ było obarczone jak najmniejszą niepew-



Rysunek 5.1: Rozkład masy mezonu η' w przypadku gdyby był on nieskończenie długo żyjącą cząstką (rysunek a) oraz w przypadku gdy rozkład jego masy byłby zgodny z funkcją Breita-Wignera dla $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek b).

nością systematyczną, istotnym jest osiągnięcie zdolności rozdzielczej wyznaczenia masy lepszej niż oczekiwana szerokość naturalna. Dla wartości $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$, otrzymanej jako średnia z dotychczasowych bezpośrednich pomiarów, na podstawie wzoru (2.1) można obliczyć, że mezon η' rozpada się po 2.19 zeptosekundach (10^{-21} s). Powoduje to, że niemożliwa jest bezpośrednia obserwacja tej cząstki, ponieważ średnio rozpada się ona po przebyciu odległości mniejszej niż 1 pikometr (Tabela 2). Dlatego zdarzenia, w których powstał mezon η' , można identyfikować rejestrując produkty rozpadu tego mezonu albo wszystkie pozostałe cząstki biorące udział w reakcji.

5.1 Metoda pomiaru masy mezonu η'

Wykorzystując układ detekcyjny COSY-11 niemożliwe jest rejestrowanie produktów rozpadu mezonu η' , tak więc stwierdzenie wytworzenia tej cząstki w reakcji:



możliwe jest jedynie na podstawie metody masy brakującej opisanej dokładniej w Dodatku B. Zatem doświadczenie będzie polegało na pomiarze pędu protonów z reakcji:



a masa obiektu X będzie obliczana na podstawie równania:

$$m_X^2 = (E_{\text{wiązki}} + E_{\text{tarczy}} - E_1 - E_2)^2 - (\mathbf{p}_{\text{wiązki}} + \mathbf{p}_{\text{tarczy}} - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2 \quad (5.3)$$

gdzie m_X to masa brakująca, E i \mathbf{p} to odpowiednio energia i wektor pędu cząstek, natomiast indeksy 1, 2 odpowiadają pierwszemu oraz drugiemu protonowi na wyjściu reakcji (oznaczenie tych protonów jest umowne). Widać więc, że do wyznaczenia masy nierejestrowanego obiektu wystarczająca jest znajomość energii i pędów wszystkich pozostałych cząstek. Korzystając z zależności:

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \quad (5.4)$$

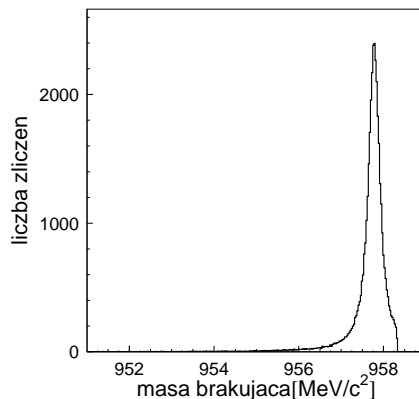
możemy ograniczyć się jedynie do zmierzenia pędu i masy, każdej z cząstek.

Identyfikacja rejestrowanych cząstek, a co za tym idzie przyporządkowanie im masy, odbywa się na podstawie znajomości ich pędów i prędkości. Wektor pędu wyznaczamy dzięki rekonstrukcji w komorach dryfowych toru cząstki po zakrzywieniu w znanym polu magnetycznym dipola. Prędkość otrzymujemy mierząc czas przelotu między scyntylatorami S1 (S2) a S3 (Rysunek 4.6) oraz ze znajomości odległości między nimi.

Pędy protonów po reakcji otrzymujemy z rekonstrukcji ich torów. Pęd protonów tarczy możemy zaniedbać, ponieważ jego wartość jest mniejsza o sześć rzędów wielkości od wielkości pędu wiązki wynoszącego $3210 \text{ MeV}/c$ oraz dwa rzędy wielkości

od wartości rozmycia tego pędu w jonowodzie. Znając pęd czterech protonów w reakcji (5.2) możemy obliczyć masę brakującą do tej reakcji.

Widmo przedstawione na Rysunku 5.2 otrzymano na podstawie obliczenia masy brakującej ze wzoru (5.3) dla wysymulowanej reakcji (5.1) przy wartości pędu wiązki 3210 MeV/c. W symulacji zostało założone, że szerokość naturalna mezonu η' wynosi $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$.



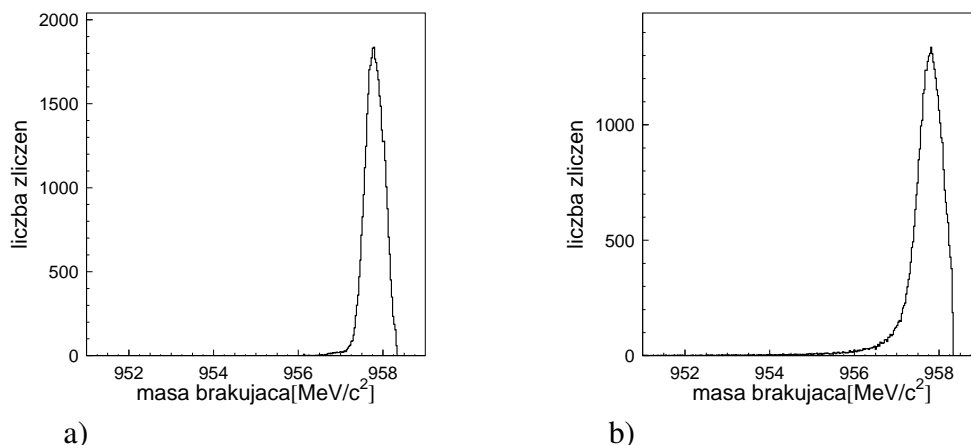
Rysunek 5.2: Widmo masy brakującej zrekonstruowane z wysymulowanych zdarzeń odpowiadających reakcji (5.1). W symulacji przyjęto $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$, $P_{\text{wiązki}} = 3210 \text{ MeV}/c$ oraz założono, że układ eksperymentalny jest idealny i nie powoduje żadnych rozmyć. (Przyczyna obcięcia prawej części pików zostanie opisana w paragrafie 5.2.1).

Zgodnie z tym co zostało napisane w paragrafie 4.1 wiązka COSY posiada pewne rozmycie pędowe, tak więc za $p_{\text{wiązki}}$ w reakcji (5.3) nie możemy podstawić jednej wartości, ale należy uwzględnić cały jej rozkład. Ponadto reakcja nie zachodzi w jednym ściśle określonym punkcie lecz w pewnym obszarze, co związane jest z geometrycznymi rozmiarami zarówno wiązki jak i tarczy. Wreszcie rekonstrukcja pędów protonów po reakcji obarczona jest pewną niepewnością. Wszystkie te efekty zostaną uwzględnione w dalszych symulacjach.

5.2 Rozmycie pędowe wiązki i tarczy

Ze względu na fakt, że rozmycie pędu wiązki jest o dwa rzędy wielkości większe niż, pęd protonów w tarczy, wpływ pędu protonów tarczy na rozmycie masy brakującej jest zanedbywalny, tak więc nie będzie on uwzględniany w dalszych rozważaniach.

Po obliczeniu masy brakującej do reakcji (5.2) przy uwzględnieniu w symulacjach rozmycia pędu wiązki zgodnego z histogramem z pomiaru testowego (Rysunek 4.5) otrzymamy widmo przedstawione na Rysunku 5.3. Rysunek (5.3a) przedstawia widmo masy brakującej dla przypadku, gdyby eksperymentalne rozmycie pędowe wiązki było



Rysunek 5.3: Widmo masy brakującej do reakcji (5.2). W symulacji reakcji przyjęto $\Gamma_{\eta'} = 0.0 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek a) oraz $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek b). W obu przypadkach uwzględniono rozmycie pędowe wiązki, natomiast rekonstrukcja została wykonana dla określonej wartości pędu wiązki wynoszącej $3210 \text{ MeV}/c$.

jedynym czynnikiem wpływającym na rozmycie masy brakującej. Natomiast histogram z Rysunku 5.3b powstał ze splotu efektów wywołanych widmem pędu wiązki i widmem masy mezonu η' . Widać wyraźnie, że nastąpiło poszerzenie histogramu (Rysunek 5.3b) w stosunku do Rysunku 5.2. Widoczne jest także znacznie większe rozciągnięcie widma w kierunku mniejszych wartości masy brakującej wynikające z rozkładu Breit-Wignera masy mezonu η' . Rysunek 5.3 pokazuje, że wpływ widma pędu wiązki jest porównywalny z efektem wywołanym szerokością naturalną.

5.2.1 Skąd bierze się obcięcie widma masy brakującej?

Na rysunkach 5.2 oraz 5.3 nie widać całego widma masy mezonu (porównaj Rysunek 5.1). Prawa część widm jest wyraźnie obcięta. Związane to jest z szerokością naturalną jak i rozmyciem pędu wiązki oraz z tym, że reakcja zachodzi w pobliżu progu. Szerokość naturalna sprawia, że cząstka nie ma ściśle określonej masy, lecz posiada pewien jej rozkład. Dlatego dla pojedynczego zdarzenia mamy do czynienia z wartością masy mniejszą bądź większą od wartości średniej. Może zdarzyć się tak, że masa jest na tyle duża, że brakuje energii na jej wyprodukowanie przy zadanym pędzie wiązki, który determinuje maksymalną wartość masy, którą można wyprodukować. W przypadku reakcji (5.2) wynosi ona:

$$m_{max} = \sqrt{s} - m_p - m_p \quad (5.5)$$

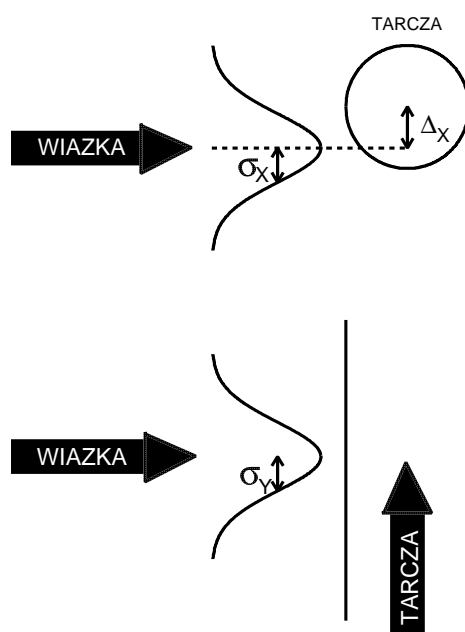
gdzie m_p oznacza masę protonu, a \sqrt{s} całkowitą energię w układzie środka masy zderzających się protonów obliczoną z równania:

$$\sqrt{s} = \sqrt{|\mathbb{P}_{wiązki} + \mathbb{P}_{tarczy}|^2} = \sqrt{(E_{wiązki} + m_p)^2 - p_{wiązki}^2} \quad (5.6)$$

gdzie $E_{\text{wiązki}} = \sqrt{p_{\text{wiązki}}^2 + m_p^2}$ to energia wiązki. Z kolei rozmycie pędu wiązki powoduje, że niektóre protony wiązki mają większy, a inne mniejszy pęd od wartości nominalnej. Rekonstrukcja masy brakującej odbywa się zawsze dla jednej i ustalonej wartości pędu (w tej pracy jest to zawsze 3210 MeV/c), co sprawia, że na otrzymanych widmach widać ostre obcięcie.

5.3 Rozmycie geometryczne wiązki i tarczy

Rekonstrukcja torów protonów odbywa się wstecz do punktu stanowiącego środek tarczy. W rzeczywistości jednak zarówno wiązka jak i tarcza posiadają skończone rozmiary przestrzenne. Powoduje to, że reakcja nie zachodzi tylko w jednym punkcie lecz w obszarze, który jest splotem rozkładów geometrycznych wiązki i tarczy. Schematycznie zostało to pokazane na Rysunku 5.4. Z tego względu kształt otrzymanego widma masy brakującej będzie dodatkowo zmodyfikowany. W jaki sposób zostanie



Rysunek 5.4: Względne ustawienie wiązki i tarczy. Górny rysunek przedstawia widok z góry, natomiast dolny - z boku. σ_X i σ_Y to odpowiednio horyzontalne i wertykalne odchylenie standardowe przy założeniu, że gęstość wiązki odpowiada rozkładowi Gaussa. Odległość między środkami wiązki i tarczy została oznaczona jako Δ_X [28].

uwzględniony ten fakt w symulacjach będzie pokazane w paragrafie 5.4.2. Rzeczywiste rozmiary obszaru reakcji wyznacza się na podstawie rozkładów pędów elastycznie rozproszonych protonów (szczegółowy opis metody znajduje się w artykule [29]).

5.4 Dokładność rekonstrukcji pędów protonów

Jak wspomniano już wcześniej w paragrafie 5.1, do obliczenia masy brakującej do reakcji (5.2) potrzebna jest znajomość pędów protonów po reakcji. Rekonstrukcja torów protonów, a po uwzględnieniu zakrzywienia w znanym polu magnetycznym również rekonstrukcja pędów, odbywa się na podstawie sygnałów zarejestrowanych w komorach dryfowych. Przestrzenna zdolność rozdzielcza komór wynosi $270 \mu\text{m}$ [30] i ma ona wpływ na dokładność rekonstrukcji torów. Dodatkowo protony pochodzące z omawianej reakcji mogą ulec wielokrotnym rozproszeniom w aparaturze doświadczalnej, powietrzu oraz gazie wypełniającym komory dryfowe.

5.4.1 Macierz kowariancji (jak ją obliczyć)

W symulacjach wykonywanych za pomocą programu GEANT (wersja 3.2111) [31] uwzględniane są wszystkie poznane efekty związane z oddziaływaniem cząstek w materiale układu detekcyjnego. Jednak w celu szybkiego oszacowania wpływu różnych czynników na obserwowane widma wygodnie jest, zamiast długotrwałych procedur śledzenia wszystkich procesów, którym podlega cząstka, opisać je efektywnie za pomocą macierzy kowariancji zawierającej wszystkie informacje o niedokładnościach pomiarowych mających wpływ na obliczenia pędów zarejestrowanych protonów. Zostaje ona obliczona tylko raz, a potem może być wielokrotnie używana do badania pozostałych efektów.

Kowariancja zmiennych x i y wyraża się wzorem:

$$\text{cov}(x, y) = E[(x - \mu_x)(y - \mu_y)] \quad (5.7)$$

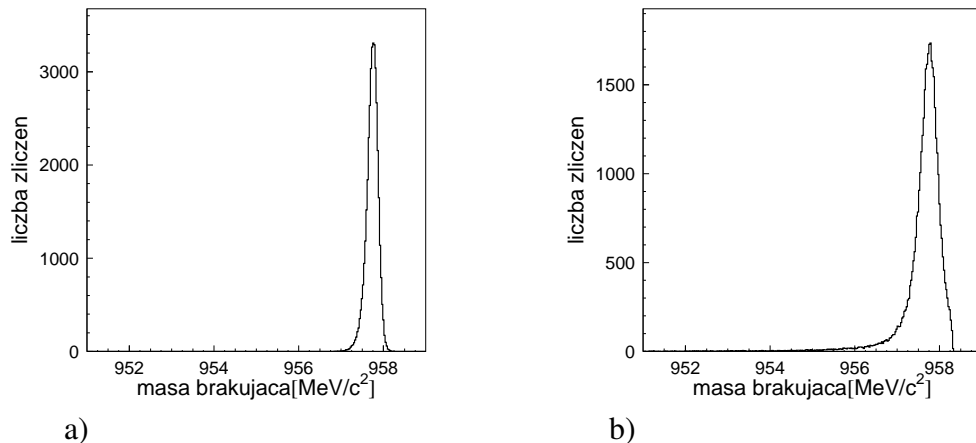
gdzie $E[x] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ to estymator wartości oczekiwanej zmiennej x , N oznacza liczbę pomiarów, natomiast μ_i to wartość prawdziwa. W eksperymencie nigdy nie znamy wartości prawdziwej danej wielkości, dlatego posługujemy się wartościami średnimi. Jednak dzięki użyciu odpowiednich programów symulacyjnych możemy mieć do dyspozycji również wartości *prawdziwe*. Przy użyciu programu GEANT można dokonać symulacji sygnałów wywołanych przez cząstki powstałe w wyniku badanej reakcji, a następnie zapisać je w formacie identycznym z formatem danych eksperymentalnych. Pozwala to na wykonanie analizy danych pochodzących zarówno z eksperymentu jak i z symulacji. Dla przypadku, w którym dane wejściowe pochodzą z symulacji, możliwe jest zapisanie do pliku wygenerowanych wartości pędów protonów oraz wartości otrzymanych z analizy danych. Jeżeli zdefiniujemy wektor P jako $P = [p_{1x}, p_{1y}, p_{1z}, p_{2x}, p_{2y}, p_{2z}]$, gdzie p_{mn} to n -ta składowa pędu m -tego protonu, to kowariancja dowolnych jego elementów na podstawie wzoru (5.7) wynosi:

$$\text{cov}(i, j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (P_{i,gen}^k - P_{i,rek}^k)(P_{j,gen}^k - P_{j,rek}^k) \quad (5.8)$$

gdzie $P_{i,gen}^k$ i $P_{i,rek}^k$ odpowiadają wygenerowanej i zrekonstruowanej wartości i -tej składowej wektora P dla k -tego zdarzenia. Zgodnie z definicją macierzy kowariancji będzie ona symetryczna ze względu na $cov(i, j) = cov(j, i)$. Dodatkowo będą istniały jeszcze symetrie związane z nierozróżnialnością protonów po reakcji, będzie to odpowiadać zależności $cov(i, j) = cov(i \pm 3, j \pm 3)$, gdzie znak (+) musi być użyty dla $i, j = 1, 2, 3$, a (-) dla $i, j = 4, 5, 6$ [28]. Na podstawie wzoru (5.8) można zatem utworzyć macierz kowariancji dla interesującej nas reakcji.

5.4.2 Macierz kowariancji a obszar reakcji

Wzór (5.8), użyty do obliczenia macierzy kowariancji, która odpowiada za uwzględnienie dokładności wyznaczenia pędów protonów, zawiera składniki typu $(P_{gen} - P_{rek})$, gdzie pęd generowany to nic innego jak *prawdziwy* pęd cząstki, a pęd zrekonstruowany, to wartość jaką dostaje się po analizie danych. Rozmycie geometryczne wiązki i tarczy powoduje, że reakcje nie zachodzą w punkcie lecz w pewnym obszarze. Jednakże rekonstrukcja torów protonów jest wykonywana przy założeniu punktowości miejsca reakcji. Jeżeli zderzenie nastąpiło nie w środku obszaru wyznaczonego przez splot rozkładów wiązki i tarczy, czyli nie w punkcie do którego zrekonstruowane są ślady protonów, to analiza dostarcza nam wynik z błędem postaci $(P_{gen} - P_{rek})$, tak więc uwzględnienie macierzy kowariancji rozwiązuje jednocześnie problem dokładności wynikającej z rozdzielczości aparaturowej wyznaczenia pomiaru pędu protonów jak i geometrycznych rozmiarów wiązki i tarczy.



Rysunek 5.5: Widmo masy brakującej przy uwzględnieniu efektu związanego z rozmyciem eksperymentalnym dla $\Gamma_{\eta'} = 0.0 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek a) oraz dla $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek b)

Na Rysunku 5.5 przedstawione zostało widmo masy brakującej przy uwzględnieniu jedynie macierzy kowariancji i pominięciu wszystkich pozostałych efektów. Szerokość połówkowa rozkładu masy brakującej, która wynika z niepewności pomiarowych związanych z aparaturą i rozmiarami obszaru reakcji, wynosi $0.32 \text{ MeV}/c^2$ i jest mniejsza niż rozmycie wywołane przez rozmycie pędu wiązki, a także porównywalna z szerokością naturalną mezonu η' .

5.5 Zalety pomiaru w pobliżu progu na reakcję $pp \rightarrow pp\eta'$

Jeżeli jakakolwiek reakcja odbywa się na progu, a więc i $pp \rightarrow pp\eta'$, to znaczy, że w układzie środka masy dostępna energia po reakcji wynosi zero. Przejawia się to tym, że wszystkie cząstki są w spoczynku w tym układzie. Dlatego gdybyśmy mieli pewność, że wartość pędu wiązki jest idealnie równa pędowi progowemu to pędy protonów i mezonu η' moglibyśmy wyznaczyć z niepewnością równą zero pomimo skończonych dokładności pomiarowych. Ten przykład mówi nam, że niepewność pomiarowa wyznaczenia masy brakującej ze względu na pomiar pędu protonów dąży do zera, gdy pęd wiązki dąży do pędu progowego ($\partial m / \partial p_{\text{protonu}} \xrightarrow{P_{\text{wiązki}} \rightarrow P_{\text{progowy}}} 0$). W takim przypadku niedokładność pomiaru masy brakującej dąży do niedokładności wynikającej jedynie z rozmycia pędu wiązki.

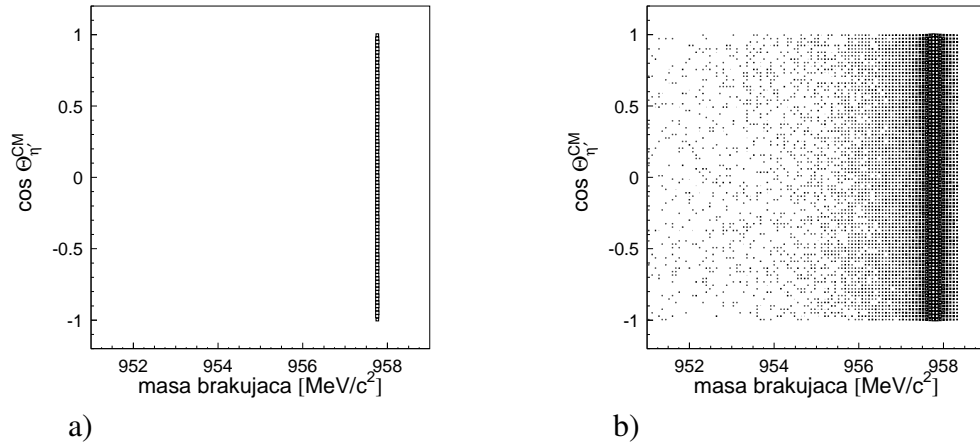
W Dodatku C zostało przedstawione dokładne obliczenie niepewności pomiarowej masy brakującej do reakcji (5.3).

5.6 Rozróżnienie wpływu czynników eksperymentalnych od wpływu $\Gamma_{\eta'}$ na widma pomiarowe

W celu otrzymania z pomiaru masy brakującej szerokości $\Gamma_{\eta'}$ musimy odróżnić wpływ czynników aparaturowych od rzeczywistego rozmycia masy badanego mezonu na otrzymane widma. Dotychczas przedstawiane były jedynie jednowymiarowe widma masy brakującej. Uwzględnienie kolejnych efektów, jak m.in. rozmycie pędowe i geometryczne wiązki, powoduje zmianę kształtu widma masy brakującej. Są to jednak małe efekty i aby je zaobserwować potrzebne byłoby uzyskanie dużej statystyki. Należy więc znaleźć taką obserwabłą, która będzie silnie zależeć od danego parametru, a nie będzie wrażliwa na zmiany innego.

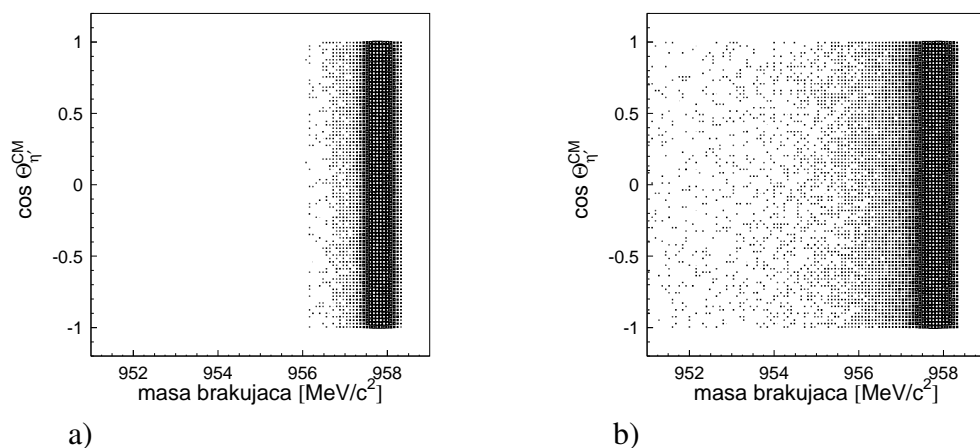
W rozwinięciu wzoru na masę brakującą w Dodatku B pojawiają się składniki związane z $\cos \theta_x$, gdzie θ_x to kąt między wiązką a wektorem pędu cząstki, której masa odtwarzana jest metodą masy brakującej. W tym rozdziale przedstawione zostaną dwuwymiarowe rozkłady gęstości prawdopodobieństwa rozkładu masy produkowanej cząstki w zależności od kąta, pod którym została ona wyemitowana.

Na Rysunku 5.6 przedstawiony został rozkład gęstości prawdopodobieństwa otrzymany przy uwzględnieniu jedynie szerokości naturalnej mezonu η' . Odpowiada to sytuacji, którą otrzymalibyśmy gdybyśmy posiadali idealny układ eksperymentalny, tj. zarówno akcelerator przyspieszający punktową wiązkę do nominalnego pędu bez żadnego rozmycia pędowego, jak i układ detekcyjny, który może zarejestrować cząstki z nieskończoną dokładnością. Widać, że rozkład masy mezonu η' nie zależy od kąta emisji.

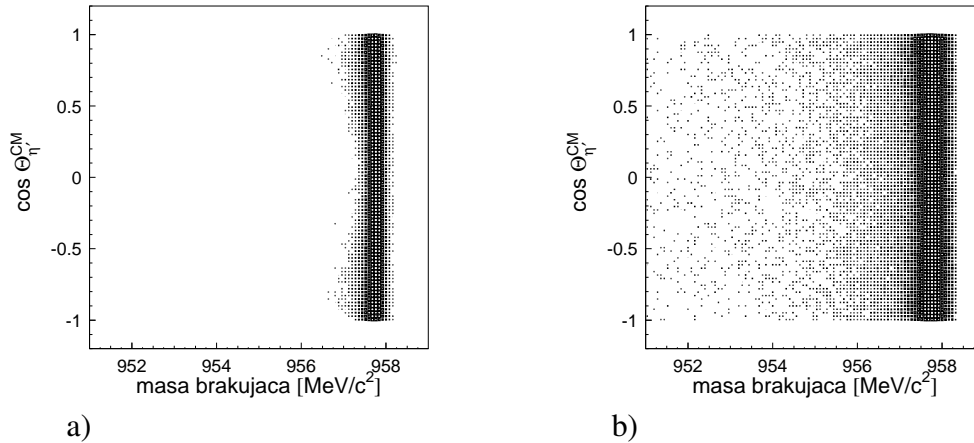


Rysunek 5.6: Rozkład masy brakującej w funkcji kosinusa kąta emisji mezonu η' w układzie środka masy z uwzględnieniem jedynie szerokości naturalnej dla $\Gamma_{\eta'} = 0.0 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek a) oraz $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek b)

Po uwzględnieniu pędowego rozmycia wiązki, zgodnego z rozmyciem obserwowanym podczas pomiaru testowego, otrzymamy rozkłady przedstawione na Rysunku 5.7. Bez trudu można zauważyć, że w tym przypadku nastąpiło poszerzenie widma w stosunku do struktury na widmach 5.6 oraz że poszerzenie to jest niezależne od kąta emisji. Tak więc, za pomocą tej obserwacji nie można odróżnić wpływu na widmo masy brakującej pochodzącego od $\Gamma_{\eta'}$ i od rozmycia pędu wiązki. Jednak przy zmianie wartości pędu wiązki wpływ jej rozmycia na szerokość obserwowanego widma będzie się zmieniał, natomiast wpływ $\Gamma_{\eta'}$ będzie ciągle taki sam. Pozwoli to na odróżnienie tych parametrów, co zostanie pokazane w kolejnych rozdziałach.



Rysunek 5.7: Rozkład masy brakującej w funkcji kosinusa kąta emisji mezonu η' w układzie środka masy przy uwzględnieniu efektu związanego z rozmyciem pędu wiązki dla $\Gamma_{\eta'} = 0.0 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek a) oraz $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek b)



Rysunek 5.8: Rozkład masy brakującej w funkcji kosinusa kąta emisji mezonu η' w układzie środka masy przy uwzględnieniu rozmycia pędu wylatujących protonów dla $\Gamma_{\eta'} = 0.0 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek **a**) oraz $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ (rysunek **b**)

Z kolei Rysunek 5.8 przedstawia sytuację po uwzględnieniu jedynie dokładności aparaturowej, której wpływ, jak pokazano w paragrafie 5.4.1, można efektywnie uwzględnić za pomocą macierzy kowariancji. Okazuje się, że wprowadza ona zmianę rozkładu gęstości prawdopodobieństwa, co pozwala, nawet wizualnie, na odróżnienie wpływu tego efektu od pozostałych. Rysunek 5.8 pokazuje, że poszerzenie rozkładu masy brakującej związane z dokładnością pomiaru pędów wylatujących protonów zmienia się wraz z kątem emisji mezonu η' . Dzięki temu możliwe staje się odróżnienie tego efektu od rozmycia pędu wiązki za pomocą obserwabli, jaką jest rozkład prawdopodobieństwa zdarzeń w funkcji kąta emisji mezonu i masy brakującej.

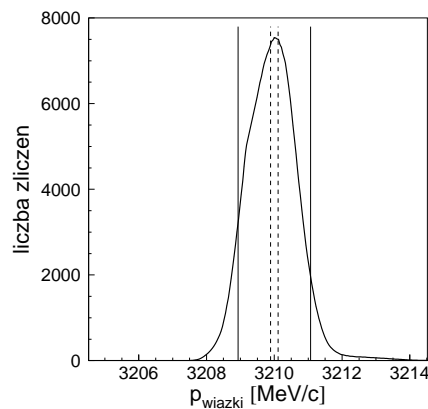
Rozdział 6

Perspektywy zwiększenia zdolności rozdzielczej

We wcześniejszym rozdziale pokazano, że dla pędu wiązki 3210 MeV/c poszerzenie rozkładu masy wywołane przez rozmycie pędowe wiązki wynosi 0.49 MeV/c² i jest porównywalne z samą szerokością naturalną mezonu η' . Dokładność ta pozwoliła na wyznaczenie przekrojów czynnych na reakcję $pp \rightarrow pp\eta'$ w pobliżu progu kinematycznego i jest porównywalna z dokładnością eksperymentalną osiągniętą w najlepszym jak dotąd pomiarze $\Gamma_{\eta'}$ wykonanym na akceleratorze NIMROD [4]. W tym rozdziale zostaną opisane sposoby polepszenia zdolności rozdzielczej pomiaru masy za pomocą układu COSY-11, tak aby uzyskać dokładność pomiaru szerokości naturalnej mezonu η' znacząco lepszą. Będzie to możliwe poprzez zmianę rozmiarów tarczy. Można również zwiększyć przestrzenną zdolność rozdzielczą komór dryfowych, co zmniejszyłoby wpływ rozmycia eksperymentalnego na końcowy wynik.

6.1 Tarcza

W paragrafie 5.3 oraz 5.4.2 pokazane zostało, że geometryczne rozmiary tarczy wpływają na dokładność rekonstruowania pędu protonów po reakcji $pp \rightarrow pp\eta'$. Ze względu na niezerową dyspersję rozmiary tarczy będą miały również wpływ na rozmycie pędowe wiązki. Zgodnie z wzorem (4.2) wartość pędu w danym miejscu zależy od odległości od orbity nominalnej. Tak więc dla przypadku, gdy orbita nominalna przechodzi przez środek tarczy (tak jest zawsze podczas eksperymentu [29]), jedynie reakcje w środku tarczy zachodzą przy pędzie nominalnym. W miarę oddalania się od środka tarczy w płaszczyźnie poziomej w kierunku prostopadłym do wektora pędu wiązki w jedną stronę wartość pędu rośnie, a w przeciwną maleje. Interesuje nas jedynie szerokość tarczy, czyli wymiar wzdłuż osi X (oś Z zgadza się z wektorem pędu wiązki, porównaj z Rysunkiem 5.4), ponieważ tylko kierunek X ma znaczenie ze względu na ruch protonów wiązki w polu dipola.



Rysunek 6.1: Widmo pędu wiązki w pomiarze testowym. Liniami pionowymi został zaznaczony obszar, który wycinany jest z widma ze względu na dyspersję w miejscu tarczy. Linie ciągłe oznaczają obszar dla tarczy o szerokości 9 mm, natomiast linie przerywane dla tarczy o szerokości 1 mm.

Rysunek 6.1 przedstawia zakresy pędów, dla których orbita protonów wiązki przechodzi przez tarczę o szerokości 9 mm (linia ciągła) oraz 1 mm (linia przerywana). Tarcza o szerokości 9 mm używana była w pomiarze testowym, możliwe jest jednak zmniejszenie jej rozmiarów do 1 mm. Odpowiadałoby to zmianie szerokości widma pędu wiązki z 2.14 na 0.22 MeV/c.

6.2 Wiązka

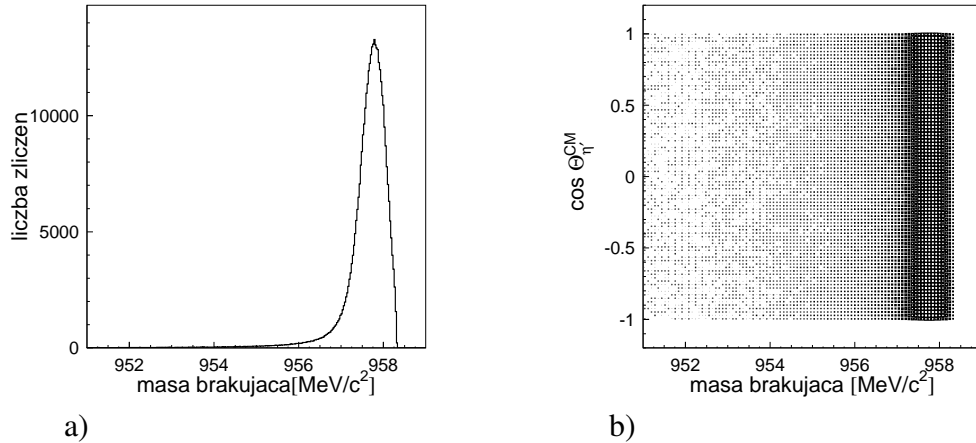
Po uwzględnieniu wpływu szerokości tarczy właściwie nie ma już możliwości takiego zmniejszenia rozmycia pędu wiązki, aby miało to wpływ na wynik eksperymentu. Wycięty obszar widma pędu wiązki ze względu na efekt dyspersji jest mniejszy niż wartość, którą można uzyskać stosując *chłodzenie* wiązki. Jednak zastosowanie *schłodzonej* wiązki przynosi pozytywny efekt w postaci zwiększenia świetlności.

6.3 Komory dryfowe

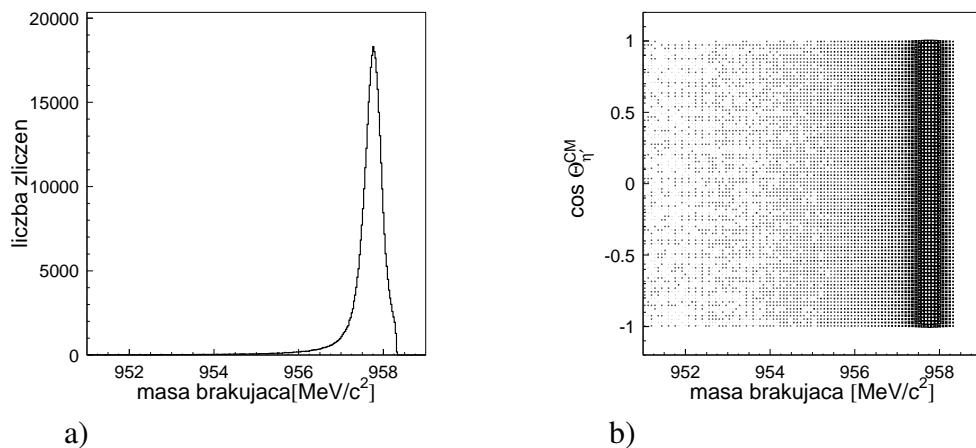
Drugim sposobem na polepszenie zdolności rozdzielczej jest zmniejszenie poszerzenia widma masy brakującej wynikającego z dokładności rekonstrukcji torów protonów. Jak zostało to pokazane na Rysunku 5.5 oraz 5.8 niepewność pomiarowa pędów protonów wprowadza pewne poszerzenie spektrum masy brakującej. Chcąc zmniejszyć ten efekt, należałoby polepszyć zdolność rozdzielczą komór dryfowych, które odpowiadają za dokładność rekonstrukcji pędów protonów. Pomiar testowy przeprowadzony został z dokładnością przestrzenną $270 \mu\text{m}$ co odpowiada napięciu 1600 V przyłożonemu do drutów komór. Możliwe jest jednak zwiększenie napięcia do 1800 V co odpowiadałoby dokładności rekonstrukcji $100 \mu\text{m}$ [32].

Symulacja wpływu omawianych zmian na obserwowane widma, zmiana napięcia na komorach jak i zmiana szerokości tarczy wymaga oczywiście wygenerowania nowej macierzy kowariancji.

Na rysunkach 6.2 oraz 6.3 przedstawione zostały rozkłady masy brakującej z uwzględnieniem wszystkich wymienionych wcześniej efektów.

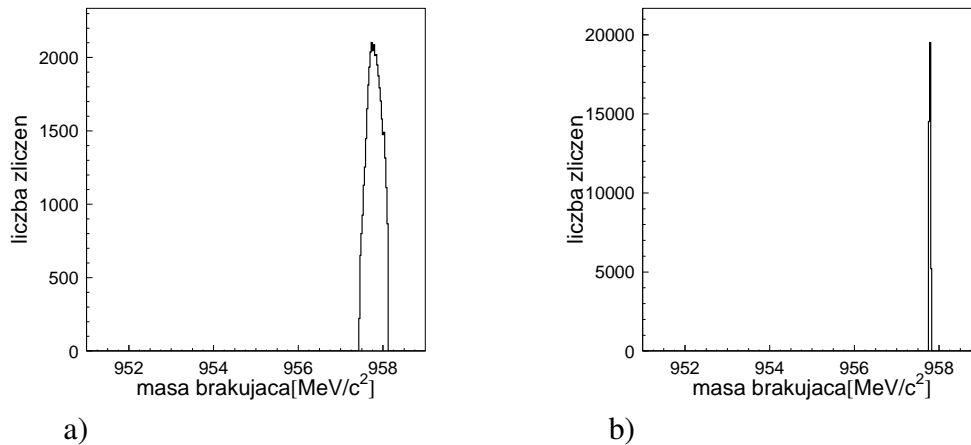


Rysunek 6.2: Widmo masy brakującej (rysunek a) oraz rozkład masy brakującej w funkcji kosinusa kąta emisji mezonu η' w układzie środka masy (rysunek b). Uwzględniono wpływ czynników opisanych w tekście (szerokość tarczy równa 9 mm, $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ pęd wiązki równy 3210 MeV/c).



Rysunek 6.3: Widmo masy brakującej (rysunek a) oraz rozkład masy brakującej w funkcji kosinusa kąta emisji mezonu η' w układzie środka masy (rysunek b). Uwzględniono wpływ czynników opisanych w tekście (szerokość tarczy równa 1 mm, $\Gamma_{\eta'} = 0.3 \text{ MeV}/c^2$ pęd wiązki równy 3210 MeV/c).

Porównanie szerokości rozkładów przedstawionych na rysunkach 6.2 oraz 6.3 pokazuje, że zmiana szerokości tarczy z 9 na 1 mm, powoduje znaczące zwięźlenie rozkładu masy brakującej. Przyczynki do rozmycia eksperymentalnego masy brakującej obliczone przy założeniu, że $\Gamma_{\eta'} = 0.0 \text{ MeV}/c^2$ pokazane są na rysunkach 6.4, 6.5 oraz 6.6. Rysunek 6.4 przedstawia jedynie wpływ od rozmycia pędowego wiązki,

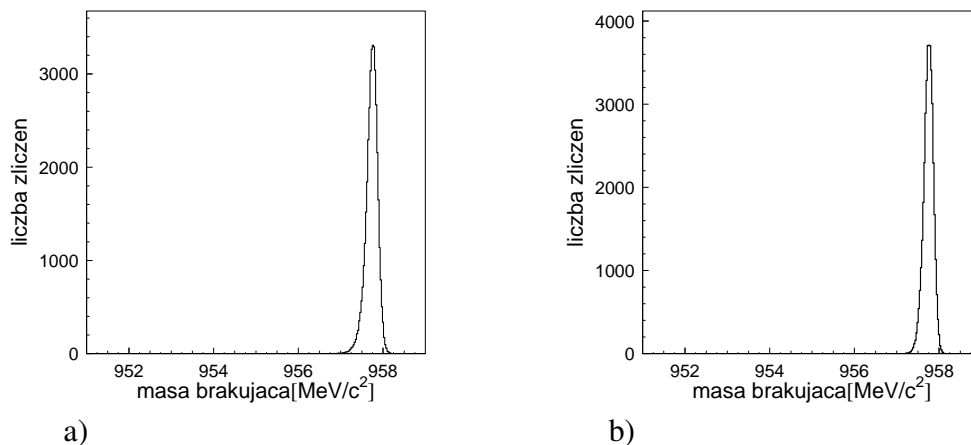


Rysunek 6.4: Widmo masy brakującej dla szerokości tarczy 9 mm (rysunek a) oraz dla tarczy 1 mm (rysunek b). W obliczeniach przyjęto $\Gamma_{\eta'} = 0.0 \text{ MeV}/c^2$, pęd wiązki równy $3210 \text{ MeV}/c$ oraz wzięto pod uwagę rozmycie pędowe wiązki zakładając, że układ pomiarowy jest idealny.

które zmniejsza się na skutek pomniejszenia rozmiaru tarczy. Dla tarczy o rozmiarze 9 mm szerokość połówkowa widma masy brakującej wynosi $0.5 \text{ MeV}/c^2$, natomiast dla 1 mm - $0.04 \text{ MeV}/c^2$.

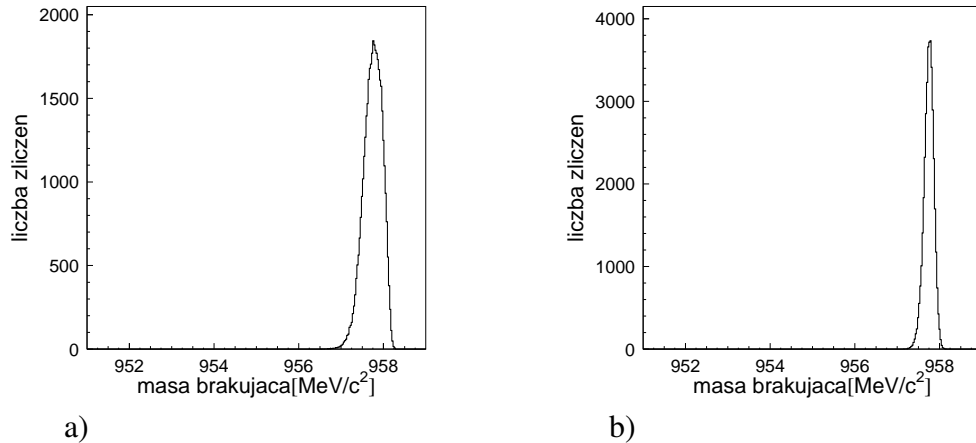
Przedstawione wyniki pokazują, że wpływ rozmycia pędu wiązki na szerokość histogramu masy brakującej można bardzo mocno ograniczyć przez zmniejszenie rozmiaru tarczy.

Poza efektem wywołanym przez rozycie pędowe wiązki, który można ograniczyć zmniejszając tarczę, pozostaje jeszcze wpływ rozmycia pomiarowego oraz dokładności rekonstrukcji pędów protonów. Tak jak wspomniano wcześniej, można zmniejszyć przyczynę pochodzący od dokładności pomiarowej przez zwiększenie przestrzennej



Rysunek 6.5: Widmo masy brakującej dla $\Gamma_{\eta'} = 0.0$ oraz nierozmytym pędzie wiązki o wartości $3210 \text{ MeV}/c$ z uwzględnieniem rozmycia pomiarowego oraz dokładności rekonstrukcji pędów protonów uzyskane dla: dokładności przestrzennej komór $270 \mu\text{m}$ oraz szerokości tarczy 9 mm (rysunek a) oraz dokładności przestrzennej komór $100 \mu\text{m}$ oraz szerokości tarczy 1 mm (rysunek b).

zdolności rozdzielczej komór dryfowych z 270 na 100 μm . Na Rysunku 6.5 pokazane zostały widma masy brakującej przed i po takiej zmianie. Widać na nich, że zmiana napęcia na komorach zmniejszyła szerokość połówkową widma masy brakującej o 0.06 MeV/c^2 (z 0.32 MeV/c^2 na 0.26 MeV/c^2).



Rysunek 6.6: Widmo masy brakującej dla $\Gamma_{\eta'}$ = 0.0 oraz pędzie wiązki o wartości 3210 MeV/c wraz z uwzględnieniem rozmyć eksperymentalnych wynikających z: dokładności przestrzennej komór 270 μm oraz szerokości tarczy 9 mm, a także rozmycia pędowego wiązki (rysunek **a**) dokładności przestrzennej komór 100 μm oraz szerokości tarczy 1 mm, a także rozmycia pędowego wiązki (rysunek **b**)

Na Rysunku 6.6 przedstawiono wpływ wszystkich efektów jednocześnie, tj. rozmycia pędowego wiązki oraz rozmyć eksperymentalnych, na rozkład masy brakującej. Bez trudu można zauważyć, że nowe ustawienia układu detekcyjnego COSY-11 pozwalają na osiągnięcie 0.20 MeV/c^2 szerokości połówkowej rozkładu masy brakującej (przed zmianami 0.57 MeV/c^2). Na podstawie widm 6.4b, 6.5b oraz 6.6b widać, że główny przyczynek do eksperymentalnej zdolności rozdzielczej wnosi dokładność pomiarowa pędów protonów. Rysunek 6.6b przedstawia planowaną zdolność rozdzielczą pomiaru $\Gamma_{\eta'}$.

Rozdział 7

Kryterium wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$

Na podstawie wcześniejszych rozważań w rozdziale tym zostanie zaprezentowane oszacowanie niepewności statystycznej i systematycznej pomiaru szerokości naturalnej mezonu η' przy użyciu układu detekcyjnego COSY-11.

7.1 Idea minimalizacji

Rozkład masy brakującej w funkcji $\cos \theta_{\eta'}$ zależy od szerokości naturalnej $\Gamma_{\eta'}$, rozmiarów tarczy T , rozmycia pędowego wiązki W oraz zdolności rozdzielczej komór dryfowych DC . Tak więc można go, a raczej powierzchnię, którą on przedstawia, a która z kolei reprezentuje rozkład gęstości prawdopodobieństwa emisji mezonu η' o określonej masie pod określonym kątem z miejsca reakcji, rozpatrywać jako funkcję czterech parametrów. Symbolicznie możemy zapisać, że omawiany rozkład wyraża się funkcją $f(\Gamma_{\eta'}, T, W, DC)$.

Możemy teraz wysymulować taki rozkład dla szerokości naturalnej np. $\Gamma_{\eta'} = 0.24 \text{ MeV}/c^2$ oraz szerokości tarczy $T = 1 \text{ mm}$. Przy takiej szerokości tarczy powinien zostać przeprowadzony przyszły eksperyment. Ponadto parametr rozmycia pędowego W , zależy od szerokości tarczy. Pęd wiązki użyty w symulacjach to oczywiście $3210 \text{ MeV}/c$, a eksperymentalna zdolność rozdzielcza komór dryfowych równa jest $100 \mu\text{m}$. Stosując powyższe oznaczenia omawianą płaszczyznę można wtedy opisać funkcją:

$$f(\Gamma_{\eta'} = 0.24, T = 1, W(T), DC = 100) \quad (7.1)$$

W celu przetestowania i zaprezentowania metody przyjmijmy teraz, że są to dane eksperymentalne, tzn mamy:

$$f^E(\Gamma_{\eta'} = 0.24, T = 1, W(T), DC = 100) \quad (7.2)$$

Następnie można wysymulować serie danych zmieniając parametr $\Gamma_{\eta'}$, które tym ra-

zem przyjmiemy jako dane z symulacji, tj:

$$f^S(\Gamma_{\eta'}, T = 1, W(T), DC = 100) \quad (7.3)$$

Teraz można spróbować porównać dane *eksperymentalne* (7.2) z symulacją (7.3). Dzięki takiemu porównaniu będziemy w stanie pokazać jak dobrze potrafimy wyznaczyć $\Gamma_{\eta'}$ przy założeniu, że znamy szerokość tarczy.

W taki sposób przedstawia się idea uzyskania informacji o szerokości naturalnej mezonu η' z danych eksperymentalnych.

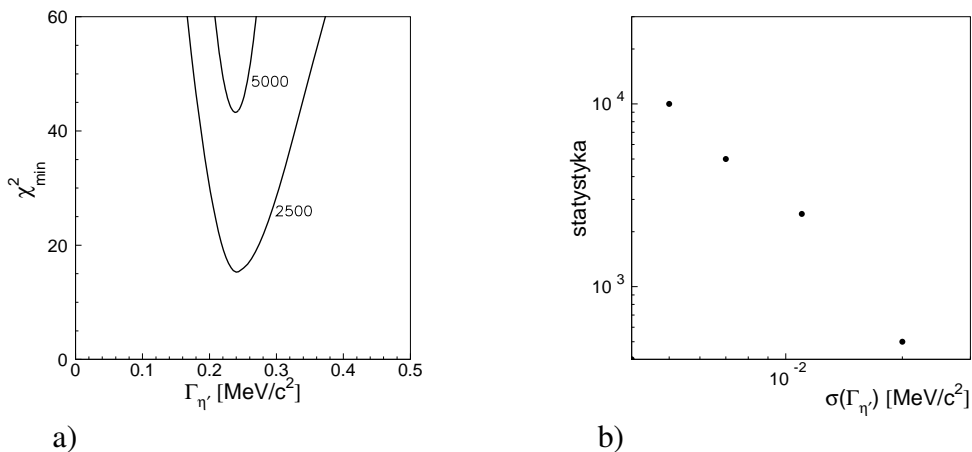
7.2 χ^2 oraz dokładność symulacji (niepewność statystyczna)

W poprzednim paragrafie wielokrotnie pojawiało się stwierdzenie o „porównaniu danych eksperymentalnych z symulacją”. Arbitralnym kryterium będzie tutaj różnica obu rozkładów. Obliczone to zostanie przy użyciu χ^2 otrzymanego z metody największego prawdopodobieństwa [33, 34]:

$$\chi^2 = 2 \sum_i \left[\alpha N_i^S - N_i^E + N_i^E \ln \left(\frac{N_i^E}{\alpha N_i^S} \right) \right] \quad (7.4)$$

gdzie α to czynnik skalujący rozkład otrzymany z symulacji, N_i^S oraz N_i^E to wartości funkcji f w i -tym przedziale odpowiednio z symulacji i z eksperymentu. χ^2 zostanie obliczone w funkcji parametrów α oraz $\Gamma_{\eta'}$. Rozkłady otrzymane z symulacji (oznaczone indeksem S) zostały wygenerowane dla $\Gamma_{\eta'} \in (0; 0.5)$ MeV/c² z krokiem 0.02 MeV/c².

Na Rysunku 7.1a przedstawiony został przykładowy wykres zależności χ_{min}^2 od $\Gamma_{\eta'}$ dla rozkładów *eksperymentalnych* wgenerowanych dla $5 \cdot 10^3$ oraz $2.5 \cdot 10^3$ zda-



Rysunek 7.1: **a)** χ_{min}^2 w funkcji $\Gamma_{\eta'}$ dla $\Gamma_{\eta'}^E = 0.24$ MeV/c² **b)** Zależność niepewności statystycznej wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ od statystyki *eksperymentalnej* rozkładu f^E .

rzeń, dla których możliwa jest identyfikacja reakcji $pp \rightarrow pp\eta'$ na podstawie sygnałów wysymulowanych w detektorach. Minimum χ_{min}^2 dla rozkładu 2.5 tysiąca zliczeń wynosi 15.20, natomiast dla 5 tysięcy - 43.40, co dla obu rozkładów odpowiada $\Gamma_{\eta'} = 0.24 \text{ MeV}/c^2$, co z kolei zgadza się z wartością przyjętą w rozkładzie *eksperymentalnym*.

Błąd statystyczny wyznaczono przez określenie przedziału $\Delta\Gamma_{\eta'}$, w którym χ_{min}^2 zwiększa się o $\Delta\chi_{min}^2 = 1$ [35, 36]. Otrzymana w ten sposób niepewność statystyczna wyniosła $\sim 0.01 \text{ MeV}/c^2$ dla statystyki 2.5 tysiąca oraz $\sim 0.007 \text{ MeV}/c^2$ dla 5 tysięcy. Rysunek 7.1b pokazuje jak zmienia się niepewność statystyczna wraz ze spodziewaną liczbą zarejestrowanych zdarzeń.

7.3 Podstawowe narzędzie – MINUIT

Obliczanie χ_{min}^2 między rozkładami otrzymanymi dla $\Gamma_{\eta'}^E$ oraz $\Gamma_{\eta'}^S$, polegało na minimalizacji χ^2 opisanego wzorem (7.4) ze względu na parametry α oraz $\Gamma_{\eta'}^S$. Minimalizacja ta została przeprowadzona przy użyciu programu komputerowego, który wywołuje procedurę MINUIT, napisaną w ośrodku CERN pod Genewą [31]. Pierwsza wersja programu MINUIT powstała w 1966 roku i od tego czasu była ciągle modernizowana i używana przez wielu fizyków z całego świata. W trakcie minimalizacji MINUIT wywołuje funkcję obliczającą χ^2 dla wybranych parametrów α oraz $\Gamma_{\eta'}^S$, następnie zostaje obliczony gradient w danym punkcie, pozwala to znaleźć minimum z dokładnością numeryczną w skończonej liczbie kroków.

O ile parametr α może przyjmować właściwie dowolne wartości z przedziału $(0; \infty)$, posiadane rozkłady możemy dowolnie skalować, o tyle symulacje f^S wykonano dla dyskretnych wartości $\Gamma_{\eta'}$ (0.02, 0.04, ..., 0.50). Wartości gęstości prawdopodobieństwa $f^S(\Gamma_{\eta'}, T, W, DC)$ w danych przedziałach m i θ dla szerokości naturalnych $\Gamma_{\eta'}$, które nie zostały wysymulowane, były automatycznie obliczane na podstawie założenia o liniowej zależności między wartościami z przedziału m, θ dla $f^S(\Gamma_{\eta'}^1, T, W, DC)$ i $f^S(\Gamma_{\eta'}^2, T, W, DC)$, gdzie $\Gamma_{\eta'}^1$ i $\Gamma_{\eta'}^2$ są najbliższe wartości $\Gamma_{\eta'}$ spośród wszystkich, dla których zostały przeprowadzone symulacje i które spełniają warunek $\Gamma_{\eta'}^1 < \Gamma_{\eta'} < \Gamma_{\eta'}^2$.

7.4 Oszacowanie dokładności wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ na COSY-11

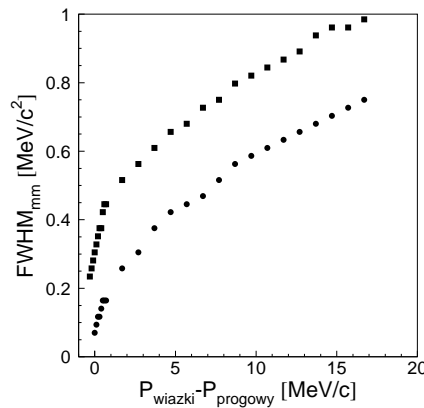
Niezależnie od tego jaką wartość posiada szerokość naturalna mezonu η' wiemy już, że możemy wyznaczyć ją z niepewnością statystyczną, która zależy od statystyki zgodnie z Rysunkiem 7.1b. Dla przykładowej statystyki 2.5 tys zdarzeń możliwe byłoby uzyskanie niepewności statystycznej dziesięć razy mniejszej od dotych-

czasowego najdokładniejszego pomiaru [4]. Do rozpatrzenia pozostaje jeszcze niepewność systematyczna, wynikająca z dokładności eksperymentalnej układu detekcyjnego COSY-11.

7.4.1 Niepewność systematyczna

W paragrafie 7.2 określona została zależność niepewności statystycznej wyznaczenia wartości $\Gamma_{\eta'}$ od liczby zarejestrowanych zdarzeń. Do określenia całkowitej niepewności pomiarowej wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ należy jeszcze wyznaczyć niepewność systematyczną. W tym celu należy oszacować wpływ dokładności określenia parametrów T, W i DC na dokładność wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$.

Z przedziału od 0 do 16.6 MeV/c powyżej progu zostały odczytane szerokości połówkowe (FWHM - Full Width at Half Maximum) widm masy brakującej dla tarczy o szerokości 1 mm (planowany eksperyment) oraz 9 mm (pomiar testowy) przy założeniu $\Gamma_{\eta'} = 0 \text{ MeV}/c^2$. Wynik przedstawiony został na Rysunku 7.2.



Rysunek 7.2: Szerokość połówkowa widma masy brakującej dla $\Gamma_{\eta'} = 0 \text{ MeV}/c^2$ w funkcji pędu nad progiem reakcji. Tarczy o szerokości 1 mm odpowiadają koła, a 9 mm - kwadraty.

Planowany eksperyment przeprowadzony zostanie dla pędu wiązki z przedziału $1.5 \leq P_{\text{wiązki}} \leq 5.0 \text{ MeV}/c$. Dla tego przedziału wiązki, eksperymentalna zdolność rozdzielcza zmienia się od 0.2 do 0.4 MeV/c^2 (Rysunek 7.2).

W omawianym przedziale zmiana szerokości tarczy o 8 mm odpowiada zmianie szerokości piku masy brakującej o $\sim 0.2 \text{ MeV}/c^2$. Przy założeniu, że możliwa będzie kontrola szerokości tarczy na poziomie 0.5 mm, spodziewana niepewność systematyczna wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ związana z dokładnością określenia rozmiaru tarczy wynosić będzie $\sim 0.01 \text{ MeV}/c^2$. Dlatego czas trwania pomiaru zostanie zaplanowany tak, aby niepewność statystyczna była porównywalna z systematyczną.

Rozdział 8

Plan eksperymentu

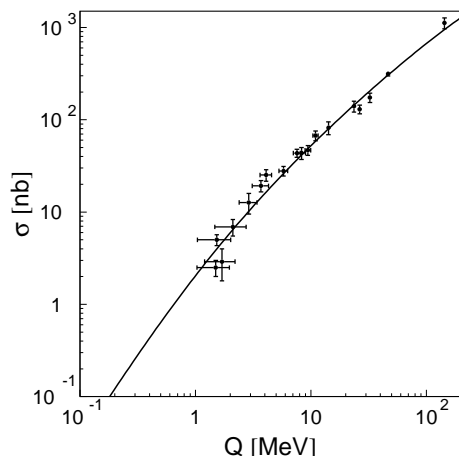
Jednym z kluczowych elementów branych pod uwagę przy przydzielaniu funduszy na przyszły eksperyment jest czas jego trwania. Im dłużej ma trwać pomiar, tym mniejsza jest szansa na jego zaakceptowanie. Konieczne jest zatem określenie jaki jest minimalny czas potrzebny do osiągnięcia zamierzonego celu. Z Rysunku 7.1b widać jak zmienia się obliczona dokładność wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ wraz z liczbą zdarzeń odpowiadających reakcji $pp \rightarrow pp\eta'$. Żeby móc zaplanować eksperyment należy jeszcze oszacować ile czasu potrzeba na osiągnięcie oczekiwanej statystyki. Należy też określić, dla jakich energii należy wykonać pomiar oraz w jaki sposób zmieniają się wtedy warunki pomiaru, takie jak np. stosunek sygnału do tła.

8.1 Zależność całkowitego przekroju czynnego od energii dostępnej w centrum masy

Tak jak wspomniano w paragrafie 7.4.1 planowana jest zmiana wartości pędu wiązki podczas trwania eksperymentu. Wstępnie planowany jest pomiar dla czterech wartości energii dostępnej w układzie centrum masy $Q = 0.6, 1.0, 1.5, 2.0$ MeV. Przekrój czynny σ na reakcję (5.1) zmienia się wraz z dostępną energią (Rysunek 8.1). Ponieważ dla interesujących nas energii brak jest punktów doświadczalnych, do obliczeń $\sigma(Q)$ wykorzystana będzie następująca formuła [28]:

$$\sigma = const \cdot \frac{Q^2}{\sqrt{\lambda(s, m_p^2, m_p^2)}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \sqrt{1 + \frac{Q}{\epsilon}}\right)^2} \quad (8.1)$$

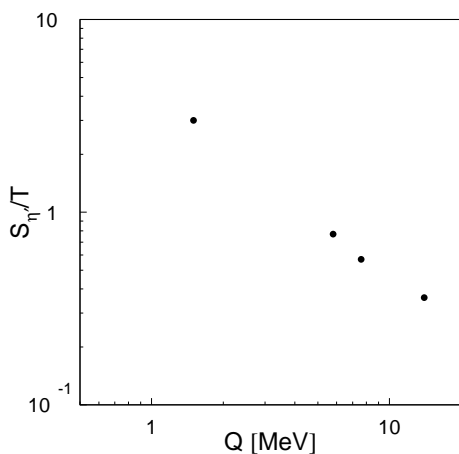
gdzie parametry $const$ oraz ϵ zostały dopasowane do danych eksperymentalnych [7, 8, 9, 37, 38]. Dla wymienionych wartości Q przekrój czynny wynosi odpowiednio 0.77, 2.04, 3.86 oraz 5.96 nb.



Rysunek 8.1: Zależność przekroju czynnego σ od energii dostępnej w centrum masy Q . Punkty eksperymentalne pochodzą z [7, 8, 9, 37, 38].

8.2 Stosunek sygnału do tła

Oczywistym jest, że im większy stosunek sygnału do tła, tym mniejszą niepewnością systematyczną obciążone jest wnioskowanie bazujące na kształcie czy intensywności sygnału. Wykres stosunku sygnału do tła w zależności od energii dostępnej w centrum masy we wcześniejszych eksperymentach przeprowadzonych przy użyciu układu detekcyjnego COSY-11 przedstawiony został na Rysunku 8.2. Na jego pod-



Rysunek 8.2: Stosunek sygnału do tła w zależności od energii dostępnej w centrum masy dla reakcji $pp \rightarrow pp\eta'$ zmierzonych za pomocą układu detekcyjnego COSY-11 [7].

stawie można spodziewać się, że dla zakresu energii Q w przyszłym eksperymencie, stosunek sygnału do tła będzie z przedziału od 2.2 do 7. Jednakże w stosunku do poprzednich eksperymentów zmiana szerokości tarczy z 9 na 1 mm powinna spowodować dodatkowe poprawienie $S_{\eta'}/T$. Można oczekiwać, że stosunek sygnału do tła będzie wahać się w zakresie od 3 do 9. Z rozważań przedstawionych w tym paragrafie oraz z faktu, że w dotychczasowych pomiarach $\Gamma_{\eta'}$ stosunek sygnału do tła wyniósł

1 [4] oraz 1/10 [5], można oczekiwać, że w planowanym pomiarze za pomocą aparatury COSY-11 stosunek sygnału do tła będzie ponad trzy razy większy niż otrzymano w najlepszym z wcześniejszych pomiarów.

8.3 Oszacowanie czasu pomiaru

W paragrafie 7.2 pokazane zostało, że niepewność statystyczną wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ wynoszącą $0.01 \text{ MeV}/c^2$ można uzyskać dla statystyki 2.5 tys zliczeń. Pomiar dla czterech wartości dostępnej energii w środku masy poza umożliwieniem kontroli nad niepewnością systematyczną umożliwi również na wyznaczenie $\Gamma_{\eta'}$ z kształtu funkcji wzbudzenia całkowitego przekroju czynnego. Pozwoliłoby to na jednoczesny pomiar $\Gamma_{\eta'}$ dwoma niezależnymi metodami. W Tabeli 8.1 pokazanych zostało kilka właściwości planowanego pomiaru uzyskanych z wyników przedstawionych w poprzednich rozdziałach. W obliczeniach przyjęto, że świetność przy zredukowanej tarczy będzie wynosiła $2 \cdot 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. Podane liczby są jedynie wartościami oszacowanymi. Jeżeli dla danego Q pomiar będzie trwać pięć dni, to statystyka około 2.4 tys zdarzeń będzie możliwa do osiągnięcia po 20 dniach ciągłego pomiaru.

Q [MeV/c ²]	Wydajność	Całkowity przekrój czynny σ [nb]	$S_{\eta'}$ – liczba zdarzeń $pp \rightarrow pp\eta'$ zarejestrowa- nych w ciągu 5 dni	T – liczba zdarzeń tła za- rejestrowana w ciągu 5 dni	$S_{\eta'}/T$
0.6	0.40	0.77	266	30	9.0
1.0	0.29	2.04	509	78	6.5
1.5	0.22	3.86	734	188	3.9
2.0	0.18	5.96	926	331	2.9

Tabela 8.1: Wybrane właściwości planowanego pomiaru

Rozdział 9

Podsumowanie

Symulacje wykonane na potrzeby tej pracy pokazują, że za pomocą układu detekcyjnego COSY-11 można wyznaczyć wartość szerokości naturalnej mezonu η' z dokładnością $0.02 \text{ MeV}/c^2$ w czasie trzytygodniowego pomiaru, co stanowić będzie wynik pięć razy lepszy w stosunku do dotychczasowych bezpośrednich pomiarów [4, 5]. Porównanie wybranych parametrów eksperymentu COSY-11 z wcześniejszymi pomiarami zostało przedstawione w Tabeli 9.1.

Kolaboracja Laboratorium (rok)	NIMROD Laboratorium Rutherforda (1979)	SPES4 SATURNE (1996)	COSY-11 COSY (2006)
$\Gamma_{\eta'}$ [MeV/c^2]	0.28 ± 0.10	0.40 ± 0.22	$? \pm \mathbf{0.02}$
Eksperymentalna zdolność rozdzielcza masy brakującej [MeV/c^2]	0.75	–	0.2
Stosunek sygnału do tła	1	0.1	3÷9
Statystyka sygnał/tło	1000/1000	4800/48000	2435/845
Obserwable	rozkład masy	progowa funkcja wzbudzenia całkowitego przekroju czynnego	rozkład masy oraz progowa funkcja wzbudzenia całkowitego przekroju czynnego oraz podwójnie różniczkowe rozkłady ($\cos \theta_X^{CM}$ w funkcji masy brakującej)

Tabela 9.1: Porównanie planowanego eksperymentu COSY-11 z wcześniejszymi pomiarami

Pięć razy lepsza dokładność wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ w stosunku do pomiaru NIMROD, który dał, jak do tej pory, wynik z najmniejszą niepewnością, będzie możliwa do osiągnięcia dzięki 3 razy lepszej zdolności rozdzielczej rozkładu masy, dzięki co najmniej 3 razy większemu stosunkowi sygnału do tła, dzięki 3 razy większej statystyce oraz dzięki zastosowaniu dwóch niezależnych metod wyznaczenia $\Gamma_{\eta'}$ jednocześnie.

Przedstawiona w tej pracy metoda obliczania macierzy kowariancji pozwala, na przygotowanie programu do szybkich symulacji również dla innych układów detekcyjnych, co może być pomocne, w przypadku obliczeń z bardzo dużą statystyką.

Z kolei efekty wywołane dyspersją mogą być wykorzystane na akceleratorach, w których rozmycie pędowe wiązki nie jest tak dobre jak na COSY.

Dodatek A

Krótką charakterystyka mezonów pseudoskalarnych

Mezon jest stanem związanym kwarku i antykwarku $q\bar{q}$. Stan taki może być opisany ze względu na wartości liczb kwantowych takich jak spin, parzystość czy sprzężenie ładunkowe.

Jeżeli kręt układu $q\bar{q}$ oznaczmy przez l to parzystość P wyraża się wzorem:

$$P = (-1)^{l+1} \quad (\text{A.1})$$

Spin J mezonu wyraża relacja:

$$|l - s| < J < |l + s| \quad (\text{A.2})$$

gdzie s jest równe 1 dla równoległych spinów kwarków lub 0 dla antyrównoległych spinów kwarków. Sprzężenie ładunkowe C (parzystość C) jest zdefiniowane tylko dla stanów $q\bar{q}$ złożonych z kwarków oraz ich własnych antykwarków i wyraża się w następujący sposób:

$$C = (-1)^{l+s} \quad (\text{A.3})$$

Sprzężenie ładunkowe może być uogólnione do parzystości G :

$$G = (-1)^{I+l+s} \quad (\text{A.4})$$

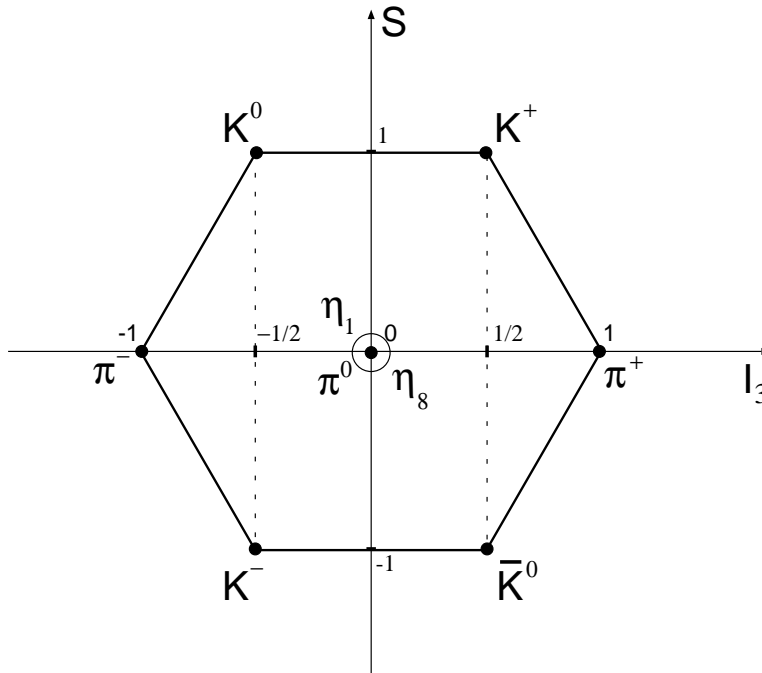
gdzie I oznacza izospin stanu $q\bar{q}$. Dla mezonów złożonych z kwarków oraz ich własnych antykwarków izospin $I = 0$ natomiast dla naładowanych stanów $u\bar{d}$ i $d\bar{u}$ (izospin $I = 1$).

Mezony są sklasyfikowane w multiplety J^{PC} . Stany z $l = 0$ są pseudoskalarami (0^{-+}) i wektorami (1^{-}). Natomiast stany z $l = 1$ są skalarami (0^{++}), wektorami osiowymi (1^{++}) i (1^{+-}) oraz tensorami (2^{++}). Stany o naturalnej parzystości spinowej $P = (-1)^J$ muszą mieć, zgodnie z tym co podano wyżej, $s = 1$ i skutkiem

tego $CP = +1$. Tak więc mezony z naturalną parzystością spinową oraz $CP = -1$ ($0^{+-}, 1^{-+}, 2^{+-}, 3^{-+}, \dots$) są zabronione w modelu kwarkowym $q\bar{q}$. Stan $J^{PC} = 0^{-}$ jest również zabroniony. Mezony o takich egzotycznych liczbach kwantowych mogą istnieć, jednak musiałyby być zbudowane z tzw. układów hybrydowych tj. $q\bar{q}gluon$, z samych gluonów lub z większej liczby kwarków.

Zgodnie z grupą symetrii $SU(3)$ dziewięć możliwych kombinacji $q\bar{q}$ zawierających lekkie kwarki u, d oraz s jest zgrupowanych w oktet oraz singlet:

$$\mathbf{3} \otimes \bar{\mathbf{3}} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1} \quad (\text{A.5})$$



Rysunek A.1: Nonet mezonów pseudoskalarnych [39]

Izoskalarne stany z takim samym J^{PC} będą mieszać się między sobą, ale będzie to zachodzić jedynie dla mezonów złożonych z lekkich kwarków. Znacznie cięższe, złożone z kwarków c lub b , są generalnie uważane za nieistotne w tym kontekście. Przyjmijmy zatem następujące określenia dla elementów nonetów złożonych z lekkich kwarków: π dla $I = 1$, K dla $I = 1/2$, η oraz η' dla $I = 0$.

Obserwowane, fizyczne izoskalarne są mieszaninami funkcji falowych η_8 oraz η_1 grupy symetrii $SU(3)$:

$$\eta = \eta_8 \cos \theta - \eta_1 \sin \theta \quad (\text{A.6})$$

$$\eta' = \eta_8 \sin \theta + \eta_1 \cos \theta \quad (\text{A.7})$$

gdzie θ jest kątem mieszania danego nonetu oraz:

$$\eta_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \quad (\text{A.8})$$

$$\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \quad (\text{A.9})$$

Kąt mieszania musi być wyznaczony eksperymentalnie.

Powyższe relacje mieszania są często zapisywane w innej formie, aby uwidocznic składowe $u\bar{u} + d\bar{d}$ oraz $s\bar{s}$, które to rozdzielają się dla *idealnego* kąta mieszania $\theta = 35.3^\circ$. Definiując $\alpha = \theta + 54.7^\circ$ można zapisać:

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) \cos \alpha - s\bar{s} \sin \alpha \quad (\text{A.10})$$

oraz ortogonalny stan η' zastępując α przez $\alpha - 90^\circ$. Kąt mieszania θ można obliczyć z relacji [6]:

$$\text{tg } \theta = \frac{4m_K - m_\pi - 3m_\eta}{2\sqrt{2}(m_\pi - m_K)} \quad (\text{A.11})$$

która determinuje również jego znak albo, alternatywnie z:

$$\text{tg}^2 \theta = \frac{4m_K - m_\pi - 3m_\eta}{-4m_K + m_\pi + 3m_{\eta'}} \quad (\text{A.12})$$

Eliminując θ z dwóch powyższych równań można otrzymać regułę [6]:

$$(m_{\eta'} + m_\eta)(4m_K - m_\pi) - 3m_{\eta'} m_\eta = 8m_K^2 - 8m_K m_\pi + 3m_\pi^2 \quad (\text{A.13})$$

Dla idealnego mieszania równania (A.11) i (A.12) przechodzą w relacje:

$$m_K = \frac{m_{\eta'} + m_\eta}{2}, \quad m_\pi = m_{\eta'} \quad (\text{A.14})$$

Dla mezonów pseudoskalarnych jak i skalarnych równanie (A.13) sprawdza się tylko w przybliżeniu. Ponadto równania (A.11) i (A.12) prowadzą do różnych wartości kąta mieszania. Jednak wyniki uzyskane dla podobnej analizy przeprowadzonej dla mezonów wektorowych są bardzo zadowalające.

Podstawiając wzory (A.8) oraz (A.9) a także $\theta = 15.5^\circ \pm 1.3^\circ$ [40] do równań (A.7) oraz (A.6) otrzymujemy:

$$\eta = 0.77 \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) - 0.63s\bar{s} \quad (\text{A.15})$$

$$\eta' = 0.63 \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) - 0.77s\bar{s} \quad (\text{A.16})$$

Zgodnie z modelem masę systemu $q\bar{q}$ można obliczyć z wzoru [41]:

$$m_{q_1 \bar{q}_2} = m_{q_1} + m_{\bar{q}_2} + A \frac{\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2}{m_{q_1} m_{\bar{q}_2}} \quad (\text{A.17})$$

gdzie m_{q_i} są masami kwarków, A to stała, a \vec{S}_i to spin odpowiednich kwarków. Powyższe rozważania zostały przedstawione na podstawie modelu kwarkowego.

Dodatek B

Metoda masy brakującej

Dla reakcji:



zasada zachowania czteropędu przedstawia się następująco:

$$\mathbb{P}_{\text{wiązki}} + \mathbb{P}_{\text{tarczy}} = \mathbb{P}_1 + \mathbb{P}_2 + \mathbb{P}_X \quad (\text{B.2})$$

gdzie czteropęd jest zdefiniowany jako $\mathbb{P} = (E, \mathbf{p})$, E oznacza energię, a \mathbf{p} wektor pędu cząstki, indeksy 1, 2 odnoszą się do dwóch protonów na wyjściu reakcji. W celu obliczenia masy cząstki X wzór (B.2) można zapisać jako:

$$m_X^2 = |\mathbb{P}_X|^2 = |\mathbb{P}_{\text{wiązki}} + \mathbb{P}_{\text{tarczy}} - \mathbb{P}_1 - \mathbb{P}_2|^2 \quad (\text{B.3})$$

Korzystając z definicji czteropędu można otrzymać:

$$m_X^2 = \left((E_{\text{wiązki}} + E_{\text{tarczy}}) - (E_1 + E_2) \right)^2 - \left((\mathbf{p}_{\text{wiązki}} + \mathbf{p}_{\text{tarczy}}) - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) \right)^2 \quad (\text{B.4})$$

Na podstawie powyższego równania oraz równości $E_p^2 = m_p^2 + \mathbf{p}_p^2$ dla $c = 1$ widać, że do określenia masy, a więc zidentyfikowania, nierejestrowanej cząstki w reakcji (B.1), potrzebna jest znajomość pędów oraz energii wszystkich pozostałych cząstek biorących udział w reakcji.

Dodatek C

Obliczenie niepewności pomiaru masy brakującej na progu

Niepewność wyznaczenia masy brakującej przy wykorzystaniu zależności $E_p^2 = m_p^2 + \mathbf{p}_p^2$ dla $c = 1$, gdzie indeks p oznacza proton, można opisać wzorem:

$$\delta_{m_X}^2 = \left(\frac{\partial m_X}{\partial \mathbf{p}_1} \delta_{\mathbf{p}_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_X}{\partial \mathbf{p}_2} \delta_{\mathbf{p}_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial m_X}{\partial \mathbf{p}_{\text{wiązki}}} \delta_{\mathbf{p}_{\text{wiązki}}} \right)^2 \quad (\text{C.1})$$

Pęd protonów tarczy możemy zaniedbać, ponieważ jego wartość jest mniejsza o sześć rzędów wielkości od wielkości pędu wiązki wynoszącego 3210 MeV/c oraz dwa rzędy wielkości od wartości rozmycia tego pędu w jonowodzie. Równanie (B.4) w układzie laboratoryjnym można rozwinąć w następujący sposób:

$$\begin{aligned} m_X^2 &= \underbrace{E_{\text{wiązki}}^2}_{=m_p^2} + \underbrace{E_{\text{tarczy}}^2}_{=m_p^2} + 2E_{\text{wiązki}} \underbrace{E_{\text{tarczy}}}_{=m_p} + \underline{\underline{E_1^2}} + \underline{\underline{E_2^2}} + 2E_1 E_2 - 2(E_{\text{wiązki}} E_1 + \\ & E_{\text{wiązki}} E_2 + \underbrace{E_{\text{tarczy}} E_1}_{=m_p} + \underbrace{E_{\text{tarczy}} E_2}_{=m_p}) - \underline{\underline{\mathbf{p}_{\text{wiązki}}^2}} - \underbrace{\mathbf{p}_{\text{tarczy}}^2}_{=0} - \underbrace{2\mathbf{p}_{\text{wiązki}} \cdot \mathbf{p}_{\text{tarczy}}}_{=0} - \underline{\underline{\mathbf{p}_1^2}} - \underline{\underline{\mathbf{p}_2^2}} - \\ & 2\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 + 2(\underbrace{\mathbf{p}_{\text{wiązki}} \cdot \mathbf{p}_1}_{=0} + \underbrace{\mathbf{p}_{\text{wiązki}} \cdot \mathbf{p}_2}_{=0} + \underbrace{\mathbf{p}_{\text{tarczy}} \cdot \mathbf{p}_1}_{=0} + \underbrace{\mathbf{p}_{\text{tarczy}} \cdot \mathbf{p}_2}_{=0}) = \\ & 4m_p^2 + 2(E_{\text{wiązki}} m_p + E_1 E_2 - E_{\text{wiązki}} E_1 - E_{\text{wiązki}} E_2 - m_p E_1 - m_p E_2) + 2(\mathbf{p}_{\text{wiązki}} \cdot \\ & \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_{\text{wiązki}} \cdot \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) = 4m_p^2 + 2 \left[m_p \left(\sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_{\text{wiązki}}^2} - \sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_1^2} - \right. \right. \\ & \left. \left. \sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_2^2} \right) + \sqrt{(m_p^2 + \mathbf{p}_1^2)(m_p^2 + \mathbf{p}_2^2)} - \sqrt{(m_p^2 + \mathbf{p}_{\text{wiązki}}^2)(m_p^2 + \mathbf{p}_1^2)} - \right. \\ & \left. \sqrt{(m_p^2 + \mathbf{p}_{\text{wiązki}}^2)(m_p^2 + \mathbf{p}_2^2)} \right] + 2(\mathbf{p}_{\text{wiązki}} \cdot \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_{\text{wiązki}} \cdot \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2) = \\ & 4m_p^2 + 2 \left[m_p \left(\sqrt{m_p^2 + p_{x,\text{wiązki}}^2 + p_{y,\text{wiązki}}^2 + p_{z,\text{wiązki}}^2} - \sqrt{m_p^2 + p_{x,1}^2 + p_{y,1}^2 + p_{z,1}^2} - \right. \right. \\ & \left. \left. \sqrt{m_p^2 + p_{x,2}^2 + p_{y,2}^2 + p_{z,2}^2} \right) + \sqrt{(m_p^2 + p_{x,1}^2 + p_{y,1}^2 + p_{z,1}^2)(m_p^2 + p_{x,2}^2 + p_{y,2}^2 + p_{z,2}^2)} - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{m_p^2 + p_{x,wiadzki}^2 + p_{y,wiadzki}^2 + p_{z,wiadzki}^2} \left(\sqrt{m_p^2 + p_{x,1}^2 + p_{y,1}^2 + p_{z,1}^2} + \right. \\ & \left. \sqrt{m_p^2 + p_{x,2}^2 + p_{y,2}^2 + p_{z,2}^2} \right) + p_{x,wiadzki}(p_{x,1} + p_{x,2}) + p_{y,wiadzki}(p_{y,1} + p_{y,2}) + \\ & \left. p_{z,wiadzki}(p_{z,1} + p_{z,2}) - (p_{x,1}p_{x,2} + p_{y,1}p_{y,2} + p_{z,1}p_{z,2}) \right] \end{aligned}$$

Poniżej zostaną obliczone pochodne cząstkowe dla wszystkich zmiennych. Korzystając z zależności $\frac{\partial a^2}{\partial b} = 2a \frac{\partial a}{\partial b}$ otrzymujemy:

$$\frac{\partial m_X}{\partial p_{i,1}} = \frac{1}{m_X} \left[-\frac{2m_p p_{i,1}}{2\sqrt{m_p^2 + p_{x,1}^2 + p_{y,1}^2 + p_{z,1}^2}} + \frac{2p_{i,1}(m_p^2 + p_{x,2}^2 + p_{y,2}^2 + p_{z,2}^2)}{2\sqrt{(m_p^2 + p_{x,1}^2 + p_{y,1}^2 + p_{z,1}^2)(m_p^2 + p_{x,2}^2 + p_{y,2}^2 + p_{z,2}^2)}} + \right. \\ \left. \frac{2p_{i,1}\sqrt{m_p^2 + p_{x,wiadzki}^2 + p_{y,wiadzki}^2 + p_{z,wiadzki}^2}}{2\sqrt{(m_p^2 + p_{x,1}^2 + p_{y,1}^2 + p_{z,1}^2)}} + p_{i,wiadzki} - p_{i,2} \right]$$

gdzie $i = x, y, z$. Ostatecznie:

$$\frac{\partial m_X}{\partial p_{i,1}} = \frac{1}{m_X} \left[\frac{p_{i,1}}{\sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_1^2}} \left(\sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_2^2} - \sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_{wiadzki}^2} - m_p \right) + p_{i,wiadzki} - p_{i,2} \right] \quad (C.2)$$

W celu otrzymania pochodnej dla pędu drugiego protonu należy w równaniu (C.2) dokonać zamiany $1 \leftrightarrow 2$. Pochodną cząstkową po składowych pędu wiązki można otrzymać następująco:

$$\frac{\partial m_X}{\partial p_{i,wiadzki}} = \frac{1}{m_X} \left[\frac{1}{2\sqrt{m_p^2 + p_{x,wiadzki}^2 + p_{y,wiadzki}^2 + p_{z,wiadzki}^2}} 2m_p p_{i,wiadzki} - \left(\sqrt{m_p^2 + p_{x,1}^2 + p_{y,1}^2 + p_{z,1}^2} + \right. \right. \\ \left. \left. \sqrt{m_p^2 + p_{x,2}^2 + p_{y,2}^2 + p_{z,2}^2} \right) \frac{1}{2\sqrt{m_p^2 + p_{x,wiadzki}^2 + p_{y,wiadzki}^2 + p_{z,wiadzki}^2}} 2p_{i,wiadzki} + (p_{i,1} + p_{i,2}) \right]$$

Po uproszczeniu:

$$\frac{\partial m_X}{\partial p_{i,wiadzki}} = \frac{1}{m_X} \left[\frac{p_{i,wiadzki}}{\sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_{wiadzki}^2}} \left(-\sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_2^2} - \sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}_1^2} + m_p \right) + p_{i,1} + p_{i,2} \right] \quad (C.3)$$

Można zauważyć pewną symetrię między równaniem (C.2) a (C.3). Przy zbliżeniu się do progu na reakcję stosując transformację Lorentza przy założeniu, że $\mathbf{p}_{progowy} = (0; 0; p_{progowy})$, można otrzymać następujące zależności:

$$\begin{aligned} p_{x,1}^{CM} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} 0 & p_{x,1}^{LAB} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} 0 \\ p_{y,1}^{CM} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} 0 & p_{y,1}^{LAB} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} 0 \\ p_{z,1}^{CM} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} 0 & p_{z,1}^{LAB} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} \gamma_{CM} \beta_{CM} m_p \\ E_1^{CM} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} m_p & E_1^{LAB} & \xrightarrow{P_{wiadzki} \rightarrow P_{progowy}} \gamma_{CM} m_p \end{aligned}$$

gdzie β_{CM} to prędkość środka masy wyrażona w jednostkach prędkości światła a $\gamma_{CM} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{CM}^2}}$. Powyższe wyniki są identyczne dla drugiego protonu. Wykorzystując równanie (C.2) dla składowych x oraz y bez trudu można zauważyć, że w układzie laboratoryjnym $\frac{\partial m_X}{\partial p_{x,1}} \xrightarrow{P_{\text{wiązki}} \rightarrow P_{\text{progowy}}} 0$ oraz $\frac{\partial m_X}{\partial p_{y,1}} \xrightarrow{P_{\text{wiązki}} \rightarrow P_{\text{progowy}}} 0$. Natomiast korzystając z zależności $\beta_{CM} \xrightarrow{P_{\text{wiązki}} \rightarrow P_{\text{progowy}}} \frac{P_{\text{progowy}}}{\sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2} + m_p}$ pochodna po z -owej składowej pędu rejestrowanego protonu wynosi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_X}{\partial p_{z,1}} \xrightarrow{P_{\text{wiązki}} \rightarrow P_{\text{progowy}}} & \frac{1}{m_X} \left[\frac{p_{z,1}}{\sqrt{m_p^2 + p_{z,1}^2}} \left(\sqrt{m_p^2 + p_{z,2}^2} - \sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2} - m_p \right) + p_{\text{progowy}} - \right. \\ & \left. p_{z,2} \right] = \frac{1}{m_X} \left[\frac{\gamma_{CM} \beta_{CM} m_p}{\sqrt{m_p^2 + (\gamma_{CM} \beta_{CM})^2 m_p^2}} \left(m_p \sqrt{1 + (\gamma_{CM} \beta_{CM})^2} - \sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2} - m_p \right) + \right. \\ & \left. p_{\text{progowy}} - \gamma_{CM} \beta_{CM} m_p \right] = \frac{1}{m_X} \left[\underbrace{\frac{\sqrt{\gamma_{CM} - 1}}{\gamma_{CM}}}_{\beta_{CM}} \left(m_p \gamma_{CM} \beta_{CM} \right)^2 - \sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2} - \right. \\ & \left. m_p \right) + p_{\text{progowy}} - \gamma_{CM} \beta_{CM} m_p \right] = \frac{1}{m_X} \left(p_{\text{progowy}} - \beta_{CM} m_p - \beta_{CM} \sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

Powyższy wynik pokazuje główne ułatwienie w rejestrowaniu produktów reakcji w pobliżu progu. Co zostało wspomniane w Rozdziale 5.5.

Obliczenie pochodnej cząstkowej po z -owej składowej pędu wiązki przebiega w następujący sposób (wynik dla składowych x oraz y wynosi zero):

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_X}{\partial p_{z, \text{wiązki}}} \xrightarrow{P_{\text{wiązki}} \rightarrow P_{\text{progowy}}} & \frac{1}{m_X} \left[\frac{P_{\text{progowy}}}{\sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2}} \left(-\sqrt{m_p^2 + p_{z,2}^2} - \sqrt{m_p^2 + p_{z,1}^2} + m_p \right) + p_{z,1} - \right. \\ & \left. p_{z,2} \right] = \frac{1}{m_X} \left[\frac{P_{\text{progowy}}}{\sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2}} \left(-2\sqrt{m_p^2 + (\gamma_{CM} \beta_{CM} m_p)^2} + m_p \right) + 2\gamma_{CM} \beta_{CM} m_p \right] = \\ & \frac{m_p}{m_X} \left[\frac{P_{\text{progowy}}}{\sqrt{m_p^2 + p_{\text{progowy}}^2}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) + 2\sqrt{\frac{1}{1-\beta^2} - 1} \right] \end{aligned}$$

Jeżeli niezarejestrowaną cząstkę zidentyfikujemy jako mezon η' , dla którego wartość pędu progowego wiązki dla reakcji (B.1) wynosi 3208.29 MeV/c² oraz przyjmiemy rozmycie pędu wiązki 0.02 MeV/c, co odpowiada tarczy o szerokości 1 mm, to na podstawie obliczeń pochodnych cząstkowych oraz wzoru (C.1) otrzymamy $\delta_{m_X} = 0.07 \text{ MeV}/c^2$ co bardzo dobrze zgadza się z wartością otrzymaną z symulacji, którą można odczytać z Rysunku 7.2.

Dodatek D

Schemat programu do szybkich symulacji

Program do szybkich symulacji został napisany w języku Fortran90. Celem jego jest obliczenie rozkładu masy brakującej w funkcji wybranych zmiennych kinematycznych uwzględniając poprzez macierz kowariancji rozdzielczość pomiarową układu detekcyjnego COSY-11.

Działanie programu można przedstawić w kilku etapach:

- Wybranie wartości pędu wiązki,
- Rozmycie pędu wiązki zgodnie z widmem otrzymanym w pomiarze testowym,
- Obliczenie całkowitej energii w układzie środka masy \sqrt{s} na podstawie wylosowanej wartości pędu przy wykorzystaniu wzoru:

$$\sqrt{s} = \sqrt{\left(\sqrt{p_{wiązki}^2 + m_p^2} + m_p\right)^2 - p_{wiązki}^2} \quad (\text{D.1})$$

gdzie $p_{wiązki}$ to wartość pędu wiązki, a m_p to masa protonu,

- Rozmycie masy mezonu η' zgodnie z rozkładem Breita-Wignera dla zadanej szerokości naturalnej Γ ,
- Wygenerowanie w układzie środka masy pędów protonów oraz mezonu η' zgodnie z rozkładem jednorodnym w przestrzeni fazowej (jest to wykonane przy użyciu procedury GENBOD, która została napisana w ośrdu CERN [31]),
- Rozmycie pędów wylatujących protonów zgodnie z obliczoną macierzą kowariancji,
- Uwzględnienie akceptancji geometrycznej układu detekcyjnego,
- Obliczenie rozkładu masy brakującej do reakcji $pp \rightarrow pp\eta'$ w funkcji wybranych zmiennych kinematycznych.

Podziękowania

Chciałbym złożyć podziękowania wszystkim osobom, które przyczyniły się do powstania tej pracy, a w szczególności:

- dr. hab. Pawłowi Moskalowi za przekazaną wiedzę, poświęcony czas oraz olbrzymią cierpliwość, a także za wsparcie nie tylko na płaszczyźnie naukowej,
- prof. Walterowi Oelertowi oraz dr. Dieterowi Grzonce za umożliwienie udziału w pracach grupy badawczej COSY-11,
- dr. hab. Jerzemu Smyrskiemu za dokładną recenzję pracy magisterskiej,
- dr Barbarze Warczak za uwagi odnośnie użycia języka polskiego w fizyce,
- prof. Bogusławowi Kamysowi, prof. Romualdowi Witowi, dr. Pawłowi Górze za wskazówki dotyczące zagadnień analizy statystycznej otrzymanych wyników,
- mgr. Rafałowi Czyżykiewiczowi za odpowiedzi na niekończącą się listę pytań oraz za uwagi do wstępnych wersji tej pracy,
- mgr. Cezarowi Piskor-Ignatowiczowi za dobre rady i pomoc w przygotowaniu pracy oraz za uwagi do wstępnych wersji tej pracy,
- mgr. Michałowi Januszowi za odpowiedzi na *głupie* pytania,
- mgr. Pawłowi Klai za odpowiedzi na *pytania z innej beczki* oraz za przygotowanie widma pędu wiązki z pomiaru testowego,
- mgr Joannie Przerwie za miłą atmosferę pracy,
- Grzegorzowi Baumanowi za wskazówki odnośnie pakietu L^AT_EX,
- mgr Małgorzacie Puchale, mgr. Damianowi Gilowi oraz Dagmarze Rozpędzik za pomoc w niełatwym życiu magistranta,
- Rodzicom za nieustające wsparcie w trakcie całego okresu studiów,
- Żanecie Odrowąż za to, że pojawiłaś się i jesteś...

Wszystkim, nie tylko wymienionym z nazwiska, serdecznie dziękuję.

Bibliografia

- [1] H.-H. Adam, *et. al.* e-Print Archive **nucl-ex/0411038** (2004) *Proposal for the wide angle shower apparatus (WASA) at COSY-Julich: WASA@COSY*;
- [2] F. Ambrosino *et. al.*, e-Print Archive **hep-ex/0603056** (2006) *Prospects for $e^+ e^-$ physics at Frascati between the ϕ and the Ψ* ;
- [3] Strona internetowa Polskiego Towarzystwa Fizycznego **<http://ptf.fuw.edu.pl>**;
- [4] D. M. Binnie *et. al.*, Phys. Lett. **B83** 141 (1979) *First measurement of the total width of the $\eta'(958)$ meson*;
- [5] R. Wurzinger *et. al.*, Phys. Lett. **B374** 283 (1996) *Observation of η' and ϕ meson production very close to threshold in the $pd \rightarrow {}^3\text{He} X$ reaction*;
- [6] S. Eidelman *et. al.* (Particle Data Group), Phys. Lett. **B592** 1 (2004);
- [7] P. Moskal (2000) *et. al.*, Phys. Lett. **B474** 416 (2000) *Energy dependence of the near-threshold total cross-section for the $pp \rightarrow pp\eta'$ reaction*;
- [8] P. Moskal *et al.*, Phys. Rev. Lett. **80** 3202 (1998) *η' production in proton proton scattering close to threshold*;
- [9] A. Khoukaz *et al.*, Eur. Phys. J. **A20** 345 (2004) *Total and differential cross-sections for the $pp \rightarrow pp\eta'$ reaction near threshold*;
- [10] T. Feldmann, P. Kroll, Eur. Phys. J. **C5** 327 (1998) *Flavor symmetry breaking and mixing effects in the $\eta\gamma$ and $\eta'\gamma$ transition form factors*;
- [11] W. Bartel *et. al.*, Phys. Lett. **B158** 511 (1985) *A measurement of the η radiative width $\Gamma_{\eta \rightarrow \gamma\gamma^*}$* ;
- [12] N. A. Roe *et. al.*, Phys. Rev. **D41** 17 (1990) *A measurement of the radiative width of the η' mesons with the ASP detector*;
- [13] P. Kroll, Int. J. Mod. Phys. **A20** 331 (2005) *Mixing of pseudoscalar mesons and isospin symmetry breaking*;

- [14] R. Kaiser, H. Leutwyler, e-Print Archive: **hep-ph/9806336** (1998) *Pseudoscalar decay constants at large N_C* ;
- [15] M. Suzuki, Eur. Phys. J. **C3** 353 (2003) *Pseudoscalar-meson decay constants*;
- [16] V. V. Anisovich, D. V. Bugg, D. I. Melikov, V. A. Nikonov, Phys. Lett. **B404** 166 (1997) $\eta - \eta'$ -*Glueball mixing from photon-meson transition form factors and decay ratio $D_S \rightarrow \eta\nu/\eta'\nu$* ;
- [17] F. Giacosa, Th. Gutsche, V. E. Lyubovitskij, A. Faessler, Phys. Rev. **D72** (2005) *Scalar nonet quarkonia and scalar glueball: mixing and decays in an effective chiral approach*;
- [18] D. Prasuhn *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. **A236** 249 (1985) *A Storage Ring For The Julic Cyclotron*;
- [19] S. Brauksiepe *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. **A376** 397 (1996) *COSY-11, an internal experimental facility for threshold measurements*;
- [20] COSY Homepage http://www.kfa-juelich.de/ikp/ikp-general/cosyh_e.html;
- [21] D. Prasuhn, J. Dietrich, R. Maier, R. Stassen, H. J. Stein, H. Stockhorst, Nucl. Instrum. Meth. **A441** 167 (2000) *Electron and stochastic cooling at COSY*;
- [22] H. Stockhorst, (2001) *Stochastic beam cooling: An introduction*, przygotowane na Symposium on Threshold Meson Production in pp and pd Interaction (COSY-11), Kraków, 20-24 czerwiec 2001, opublikowane w „Threshold meson production in pp and pd interaction”, wersja elektroniczna wydania http://ikpe1101.ikp.kfa-juelich.de/cosy-11/pub/proceedings_XCM_01/proceedings.pdf;
- [23] J. Marriner, e-Print Archive **physics/0308044** (2003) *Stochastic cooling overview*;
- [24] K. Kilian, R. Maier, S. Martin, U. Pfister, (1990) *Cooler synchrotron COSY Jülich – User Guide*;
- [25] D. Prasuhn, Centrum Badawcze Jülich - rozmowa prywatna (2006);
- [26] H. Stockhorst, Centrum Badawcze Jülich - rozmowa prywatna (2006);
- [27] H. Dombrowski *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. **A386** 228 (1997) *The Muenster cluster target for internal storage ring experiments*;
- [28] P. Moskal, (2004) e-Print Archive: **hep-ph/0408162**, *Hadronic interaction of η and η' mesons with protons* (praca habilitacyjna na Uniwersytecie Jagiellońskim);

- [29] P. Moskal *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. **A466** 448 (2001) *Monitoring of the accelerator beam distributions for internal target facilities*;
- [30] J. Smyrski *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. **A514** 574 (2006) *Drift chamber with a c-shaped frame*;
- [31] strona główna CERNu <http://www.cern.ch>;
- [32] J. Smyrski, Uniwersytet Jagielloński - rozmowa prywatna (2006);
- [33] G. J. Feldman, R. D. Cousins, Phys. Rev. **D57** 3873 (1998) *A Unified approach to the classical statistical analysis of small signals*;
- [34] S. Baker, R. D. Cousins, Nucl. Instrum. Meth. **A221** 437 (1984) *Clarification Of The Use Of Chi Square And Likelihood Functions In Fits To Histograms*;
- [35] B. Kamys, Uniwersytet Jagielloński - rozmowa prywatna (2006);
- [36] W. T. Eadie, D. Drijard, F. E. James, M. Roos, B. Sadoulet, PWN Warszawa (1989) **ISBN 83-01-09022-7** *Metody statystyczne w fizyce doświadczalnej*;
- [37] F. Hibou *et al.*, Phys. Lett. **B438** 41 (1998) *Comparison of η and η' production in the $pp \rightarrow pp\eta(\eta')$ reactions near threshold*;
- [38] F. Balestra *et al.*, Phys. Lett. **B491** 29 (2000) *Production of η' mesons in the $pp \rightarrow pp\eta'$ reaction at 3.67 GeV/c*;
- [39] R. Czyżykiewicz, (2002) *η and η' meson production in the quasi-free proton-neutron collisions at the COSY-11 facility* (praca magisterska na Uniwersytecie Jagiellońskim);
- [40] A. Bramon, R. Escribano, M. D. Scadron, Eur. Phys. J. **C7** 217 (1999) *The $\eta - \eta'$ mixing angle revisited*;
- [41] J. L. Rosner, Phys. Rev. **D 27** 1101 (1983) *Quark content of neutral mesons*.